МОДЕЛЪТ D-CAPM ПРИ ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ОЧАКВАНАТА ДОХОДНОСТ НА КОМПАНИИТЕ НА ФОРМИРАЩЦИЯ СЕ КАПИТАЛОВ ПАЗАР В БЪЛГАРИЯ

проф. д-р Радослав Цончев, Красимир Костенаров

Резюме: *В разработката се разглежда възможността за количествена оценка на риска на акциите чрез ляво отклонения риск (downside risk) като алтернатива на традиционното изчисляване на риска чрез стандартното отклонение. Разглеждат се три варианта на изчисление на бета коефициента на акциите чрез ляво отклонен риск, като специално внимание е отделено на варианта предложен от J. Estrada (D-бета). С помощта на регресионен анализ емпирично е изследвана силата на връзката между D-бета и средната доходност на избрани акции на фондовия пазар в България*

Ключови думи: ляво отклонен риск, D-бета, D-CAPM, лява корелация, лява ковариация, полудисперсия, лява полудисперсия**.**

JEL класификация: G10, G12

Въведение

Инвестиционните решения винаги са свързани с наличието на множество възможни изходи. Счита се, че това е присъщо тяхно свойство. Ето защо неопределеността и риска винаги съпътстват инвестиционния процес. Както неопределеността, така и рискът са резултат на отсъствието на информация. В случаите когато за възможните изходи не могат да се посочат вероятности за сбъдването им говорим за взимане на решение в условията на неопределеност. Отсъствието на информация в тези случаи обикновено е резултат на обективни обстоятелства, на силно изкривяване на информацията или на висока „цена” на достъпа до нея. Рискът е по-тясно понятие, то е вероятностна категория. Счита се, че при наличието на риск, независимо от броя на възможните изходи, за всеки от тях може да се посочи някаква вероятност на сбъдване. Така ние приемаме, че в условията на риск инвеститорът има възможност по някакъв убедителен начин да оцени чрез вероятност получаването на един или друг доход от инвестицията.

Управлението на инвестиционния риск изисква да се разкрият факторите, които определят множеството от изходи, да се уточни тяхната значимост и степен на влияние върху крайния резултат от инвестицията, както и да се обоснове метода на неговата оценка. Общоприето е разбирането, че рискът на дадена инвестиция е потенциалната възможност (заплахата) за получаване на резултат, различен от определена очаквана величина. Тази обща постановка означава, че методът за оценка на риска трябва да отразява отклоненията от очакваната величина както в положителна, така и в отрицателна посока. Концепцията на Markowitz [1959] за портфейлните инвестиции е основана именно на това разбиране за риска. Същата логика следва и Sharpe (1964) в модела CAPM[1] при изчисляване на бета коефициента.

Целта на настоящата разработка е да представи алтернативни начини за оценка на риска и изчисляване на бета коефициента, съответно модификации на модела CAPM , които да бъдат подходящи за прилагане на формиращи се пазари и да дават по-точна оценка на риска и на цената на капитала на компаниите, търгувани

[1] CAPM – Capital Assets Pricing Model – Модел за Оценка на капиталовите активи (МОКА)

на регулираните капиталови пазари. В точка втора на разработката се представени изследванията на редица автори, които аргументират целесъобразността на едностранното пресмятане на риска, т.е. рискът, изчислен на базата на ляво отклонение[2]. В точка трета сме дефинирали лявата полудисперсия[3] и сме представили подробно процедурата за изчисляването й. Върху сравнително елементарен пример, който използваме и по-нататък в разработката, сме илюстрирали същността на въведените понятия и сме показали различните резултати в сравнение с традиционната оценка на риска. В точка четвърта представяме възможността и начина за изчисляване на бета коефициента с използване на лявата полудисперсия, като са разгледани методите на Hogan & Warren [1974] и Harlow & Rao [1989]. По аналогичен начин в точка пета е представен метода на Estrada [2002]. В последната, емпирична, част на разработката, върху реални данни изчисляваме коефициента на асиметрия на компании, търгувани на БФБ, което е и един от основните аргументи за прилагането на ляво отклонена бета. Осъществен е регресионен анализ като се търси степента, в която средната доходност на компаниите е зависима от промените в коефициентите бета и D-бета. В регресионното уравнение като зависима променлива се поставя средната доходност на компаниите реализирана в периода 01.01.2005 - 31.05.2008 г., а като независими променливи последователно се поставят бета и D-бета. Резултатите от регресионния анализ ни дават представа коя от двете променливи е в състояние да опише в по-голяма степен измененията в средната доходност на компаниите в разглеждания период. Накрая се прави съпоставка между стойностите на очакваната възвръщаемост, получени по методите CAPM и D-CAPM.

2. Обосновка на ляво отклонения риск и критики на CAPM

В историческата си монография от 1959 г. H. Markowitz [1959] извежда на преден план модел за оценка на риска, който се основава единствено на средната стойност и дисперсията на доходността на акциите. В научната литература днес изчисляването на риска по този начин е прието да се означава като модел „средна стойност – дисперсия” (mean-variance model). Този модел възприема традиционното статистическо разбиране за еднаквата значимост при оценката на риска на отклоненията и в двете посоки на доходността от средната доходност. Т.е. при оценката на риска както по-ниската, така и по-високата доходност в сравнение със средната доходност са еднакво показателни за степента на риск и трябва да бъдат отчетени. Научната прозорливост на Markowitz обаче го кара още в същата монография да признае, че рискът може да бъде изчислен и по друг начин. За целта той приема определена стойност на доходността за целева[4] доходност и като риск дефинира само възможността от реализиране на по-ниски стойности на доходността от целевата доходност. Той стига до извода, че като се използват правилата за анализ

[2] Под понятието „ляво отклонен риск” ще разбираме измерването на големината на риска чрез дисперсия, при изчисляването на която са взети предвид само стойностите на доходността на изследваната ценна книга по-малки от определена, предварително зададена (целева) стойност. При графично изобразяване на тези стойности те се намират отляво на зададената стойност, откъдето произлиза и наименованието ляво отклонен риск.

[3] Semivariance. С полудисперсия или ляво отклонена дисперсия ще означаваме дисперсията, която се изчислява на база на правилата на изчисление на ляво отклонения риск, които се разглеждат в статията.

[4] Предварително зададената стойност ще наричаме също и целева доходност, което идва от английското Target rate of return. За такава стойност може да бъде избрано всяко ниво на доходност, но най-често в теорията се работи със средна доходност, безрискова доходност или нула.

на акциите на основата на „полудисперсия” се получават портфейли, които са по-добри в сравнение с тези, получени чрез анализ, използващ модела „средна стойност – дисперсия”.

Доколко обаче разглеждането само на по-ниските стойности (размера на загубите) отговаря на действителните представи за риск на инвестиционните мениджъри? Редица емпирични изследвания потвърждават релевантността и целесъобразността на подобно разглеждане и изчисляване на риска. Mao [1970] провежда интервюта с мениджъри на различни компании и установява, че те по-скоро характеризират риска като невъзможност за достигане на определена целева норма на доходност, отколкото като вероятност нормата им на доходност да се отклони както в негативна, така и в позитивна посока от средната доходност или от предварително определеното ниво на доходност. MacCrimmon и Wehrung [1986] установяват, че същността на риска се възприема от мениджърите като съвкупност от три основни характеристики: степента на загуба, шанса за реализиране на загуба и опасността от загуба. March и Shapira [1992] установяват, че при анкетиране на мениджърите относно това, дали тяхното разбиране за риск отговаря на разпределението на всички възможни сценарии (както негативни така и позитивни), 80% от тях отговарят, че отчитат само негативните. Baird и Thomas [1990] правят обширен преглед и критика на различните дефиниции и операционни измерители на риска. Резултатите от тяхното проучване показват, че финансовите анализатори, специализирани в шест различни индустрии, считат размера на загубите и вероятността за реализиране на загуба като най-важните от седем дефиниции на риска.

Класическият модел CAPM, разработен от Sharpe (1964), описва поведението на рационалния инвеститор, който максимизира своята функция на полезност, зависеща от средната стойност и дисперсията на очакваната доходност на инвестиционния портфейл: U = U(μ_p, σ_p^2). Моделът се основава и отразява същественото условие за възможността да се инвестира в безрискови активи. Важността на това условие е свързана и с факта, че стандартното отклонение на доходността на безрисковия актив, неговата ковариация и коефициент на корелация с всеки друг актив или портфейл са равни на нула. В модела мярка за инвестиционния риск на даден финансов актив е стандартизираната ковариация на неговата доходност с доходността на пазарния портфейл. Така достигаме до основния показател в модела, наречен бета коефициент, който се изчислява като отношение на ковариацията на доходностите на актива и на пазарния портфейл и дисперсията на пазарния портфейл. Както ще се убедим и от формализираното представяне на CAPM по-нататък в т. 4., чрез бета коефициента моделът оценява риска като отчита отклоненията на доходността от средната стойност и в положителна и в отрицателна посока.

Въпреки че проблемът за ляво отклонения риск и изчисляването му с полудисперсията започва да се развива като теоретичен модел още в началото на 60-те години на миналия век, внедряването на този подход във финансовите модели е ограничено. Първоначалните емпирични тестове на тези модели (Jahankani [1976] и Bawa & Brown & Klein [1981]) не сочат значително по-добри резултати в сравнение с резултатите показани от стандартния CAPM на Sharpe (1964) (а също Lintner (1965) и Mossin (1966)). Впоследствие, за разлика от предишни емпирични проучвания върху ляво отклонения риск, Harlow & Raw [1989] разработват и тестват модел с ляво отклонение на доходността на собствения капитал и установяват неговата способност да обясни доходността на акциите в степен, надвишаваща тази на традиционния CAPM. Harlow [1991] дискутира такова разпределение на активите в портфейла, което да води до намаляване на портфейлния ляво отклонен риск за всяко зададено ниво на очаквана доходност. Според него подходът с ляво отклонения риск е по-атрактивен отколкото традиционния модел "средна стойност–дисперсия" поради съгласуваността си с наблюдението, че инвеститорите са чувствителни към риска от намаляване на доходността, но не и към възходящото й изменение.

Нашето внимание в настоящата разработка ще бъде насочено основно към определяне на цената на капитала чрез модификации на CAPM, които използват изчисляване на риска с помощта на ляво отклонена дисперсия. Поради тази причина тук ще се опитаме да покажем някои от причините, поради които CAPM е способен да покаже значително различаващи се резултати за очакваната доходност. Критиките по отношение на CAPM можем да разделим на критики към приложимостта на класическия модел като цяло и критики към приложимостта на модела за формиращи се пазари, т.е. за недостатъчно развити и ефективни капиталови пазари.

Roll [1977] обръща внимание преди всичко на проблемите, свързани с дефинирането на пазарния портфейл и с най-разпространената практика той да се заменя с фондов индекс от акции. Проблемът при такава замяна е, че, избирайки различни фондови индекси, ще получаваме забележимо различни резултати за основния параметър на CAPM – коефициента бета. Това съществено влияе на определянето чрез модела на цената на капитала.

Друг проблем, свързан с устойчивостта на коефициента бета, е разгледан от Levy [1971] и Blume [1975]. Изследвайки динамиката и поведението на коефициента бета, Levy [1971] стига до извода, че за определена акция, коефициентът не е устойчив във времето и затова не може да служи за точна оценка на бъдещия риск. В същото време бета коефициентът на портфейл дори от няколко на брой случайно избрани акции показва достатъчно устойчивост и следователно може да се използва за измерване на риска. Изследванията на Blume [1975] стигат до извода, че бета коефициента на портфейл от акции с течение на времето достига до стойност 1.

При използването на CAPM на развиващи се пазари се появяват допълнителни проблеми с приложимостта на модела, свързани със значимостта на такива рискове, които са специфични за местния пазар, като степента на регулиране на икономиката от страна на държавата, степента на либерализация на икономиката, динамичните икономически и законодателни промени на локалния пазар и др. За използването на различни модификации на модела пишат Estrada [2000], Bekaert & Harvey [1995], De Swaan & Liubych [1999]. Bekaert & Harvey изтъкват, че при оценката на изискуемата доходност на развити и формиращи се пазари трябва да се отчитат различни фактори, като наблягат на интеграцията на локалния пазар в световния финансов пазар. Те показват, че тази интеграция е променлива с течение на времето и оказва съществено влияние върху изискваната доходност. De Swaan & Liubych доказват, че степента на интегрираност в международния пазар на капитала (или наличието на бариери при движението на капитала) е важен фактор при определянето на модел за оценка на собствения капитал.

Основна критика към модела, особено когато става въпрос за приложението му към формиращи се пазари, е, че той предполага симетрично нормално разпределение. Това предположение е пряко свързано с използването в модела на двустранната (традиционната) дисперсия – тази дисперсия:

- е коректна мярка за риска само за активи, очакваната доходност на които има симетрично разпределение;

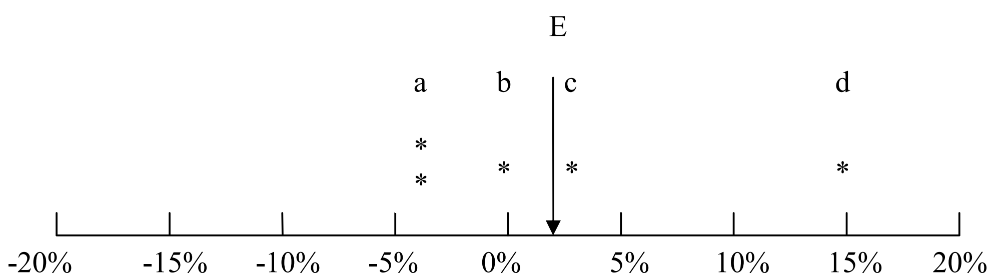
- може непосредствено да се използва само в случаите когато симетричното разпределение е нормално.

Практиката обаче показва, че едновременното изпълнение на изискването за симетричност и нормалност на разпределението на очакваната доходност на акциите не се постига. Затова редица автори предлагат да се изчислява едностранна (лява) бета. Bawa & Lindenberg [1977] предлагат такъв модел, конструиран на основата на CAPM, но изчислявайки едностранна бета. Estrada [2002] предлага нова конструкция за изчисляване на едностранния риск като въвежда изчисляването на бета чрез регресионна оценка на зависимостта между едностранната доходност на актива и едностранната доходност на пазарния портфейл.

3. Същност и изчисляване на полудисперсията

Върху конкретен пример ще въведем понятието огледално разпределение, за да можем нагледно да илюстрираме основната разлика между дисперсия[5] и полудисперсия.

Нека R = (-4%, 3%, 15%, 0%, -4%) са стойностите на доходността, реализирани от акция „АБВ” в 5 поредни периода. Тези стойности ще разглеждаме като равновероятни. Ако изобразим графически това разпределение то ще изглежда по следния начин (фиг. 1А):



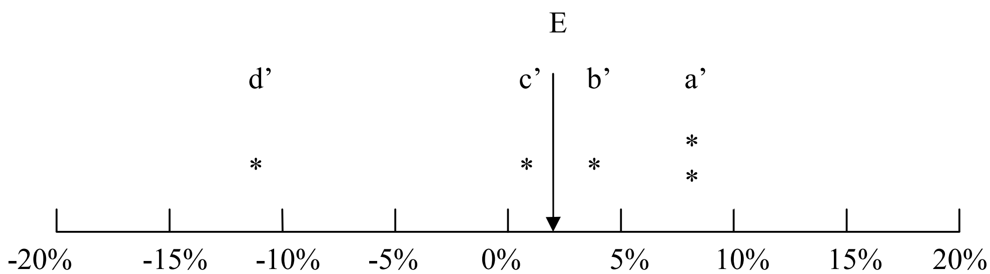
Фигура 1А

[5] Ако разпределението на една случайна величина R е зададено със стойностите (R_1, R_2, R_3, ..., R_n) и вероятностите (p_1, p_2, p_3, …, p_n), то математическото очакване (средната стохастична стойност), дисперсията и стандартното отклонение на тази величина се изчисляват по формулите:

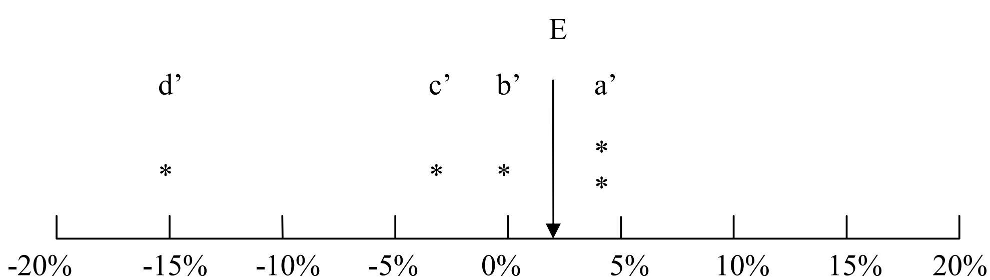
$$E(R) = \sum_{s=1}^{n} R_s . p_s \,, \quad \sigma^2(R) = E((R-E(R))^2) = \sum_{s=1}^{n} (R_s - E(R))^2 . p_s \,, \quad \sigma(R) = \sqrt{\sigma^2(R)}$$

Ако стойностите на случайната величина са равновероятни, то стандартното отклонение се превръща в средноаритметична на тези стойности - $E(R) = \sum_{s=1}^{n} R_s \Big/ n$, а дисперсията – в средноаритметична на стойностите на $(R-E(R))^2$ - $\sigma^2(R) = \sum_{s=1}^{n} (R_s - E(R))^2 \Big/ n$.

С Е сме означили математическото очакване Е = $(-4+3+15+0-4)/5$ = 2%. Под буква (а) поставяме две звездички, които съответстват на два пъти реализирана доходност в размер на -4%. Звездичките (а) се намират на разстояние 6 процентни пункта отляво на точка Е. Ако пренесем (а) на същото разстояние, но от дясната страна на точка Е, ще получим звездичките (а’), които са огледални на (а) спрямо точка Е (фиг. 1Б). По същия начин ще пренесем огледално спрямо т. Е и точките (b), (c) и (d) в точки (b’), (c’) и (d’). По този начин получаваме ново разпределение R` = (8%, 1%, -11%, 4%, 8%), изобразено на фиг. 1Б, което е огледално на началното разпределение от фиг. 1А. Огледално разпределение можем да построим и спрямо друга точка, различна от точка Е, например на фиг. 1В е представено огледалното разпределение на доходността на акция „АБВ”, но спрямо точката 0.



Фигура 1Б



Фигура 1В

Ако точката, спрямо която построяваме огледалното разпределение, е средната стойност на изходното разпределение, то средната стойност на огледалното разпределение е същата точка Е` = $(8+1-11+4+8)/5$ = 2%. Казано по друг начин, огледалното разпределение спрямо средната стойност на началното разпределение и самото начално разпределение имат една и съща средна стойност.

Другият измерител на случайните разпределения, важен от гледна точка на портфейлния анализ, е дисперсията. Нека намерим дисперсията на получените по-горе две разпределения. Началното разпределение има дисперсия $\sigma^2(R) = [(-0{,}04-0{,}02)^2+(0{,}03-0{,}02)^2+(0{,}15-0{,}02)^2+(0{,}00-0{,}02)^2+(-0{,}04-0{,}02)^2]/5$ = 0,00492, а дисперсията на огледалното разпределение е $\sigma^2(R`) = [(0{,}08-0{,}02)^2+(0{,}01-0{,}02)^2+(-0{,}11-0{,}02)^2+(0{,}04-0{,}02)^2+(0{,}08-0{,}02)^2]/5$ = 0,00492. Както можеше да се очаква, дисперсиите на двете разпределения са равни, тъй като отклоненията са равни по абсолютна стойност.

От гледна точка на портфейлната теория резултатите от един анализ, основан на средната стойност и на дисперсията на доходността, ще бъдат едни и същи. Ако разгледаме отново фигури 1А и 1Б и допуснем, че това са разпределенията на доходността на акциите на две компании „АБВ" и „ГДЖ", то за инвеститора, който прави анализ, основан на модела „средна стойност – дисперсия", тези две компании имат еднакъв рисков профил. В действителност обаче от самите графики е ясно, че двете компании са с различен профил на доходността. Едната има склонност да реализира през по-голяма част от времето доходност около 0 и малко под 0 и периодично реализира силно положителна доходност, докато другата има склонност да прави ниска положителна доходност и силно негативна доходност в по-редки случаи. Този нюанс обаче не може да бъде уловен от инвеститора, разчитащ на анализ, основан на средната стойност и дисперсията. Но анализ, при който се изчислява лява полудисперсия, би дал различни резултати, тъй като стойностите на полудисперсията за двете разпределения ще бъдат различни.

Дисперсията, както е добре известно, е мярка за разсейването на стойностите на случайната величина около нейната средна стохастична стойност. Ето защо, при изчисляване на дисперсията се взимат предвид всички отклонения на стойностите на случайната величина от средната ѝ стохастична стойност. При лявата полудисперсия се отчитат само отрицателните отклонения, т.е. отчитат се тези стойности на случайната величина, които се намират в ляво от средната стохастична стойност. За останалите стойности се счита, че отклонението им е нула. Например, векторите на отклоненията от средната стойност на случайните разпределения на доходността от акциите на разгледаните по-горе компании „АБВ" и „ГДЖ" са съответно равни на (-6%, 1%, 13%, -2%, -6%) и (6%, -1%, -13%, 2%, 6%). Вече се убедихме, че тези отклонения водят до една и съща дисперсия на разпределенията. Но векторите на левите отклонения са съответно (-6%, 0%, 0%, -2%, -6%) и (0%, -1%, -13%, 0%, 0%). Тогава за лявата полудисперсия на тези разпределения ще получим: за „АБВ" - $((-0{,}06)^2+(-0{,}02)^2+(-0{,}06)^2)/5$ = 0,00152; за „ГДЖ" - $((-0{,}01)^2+(-0{,}13)^2)/5$ = 0,0034, т.е. рискът на компания „ГДЖ" е по-голям. Този резултат оценява компанията, която има склонност, макар и рядко, да реализира големи спадове като по-рискова.

Да въведем следните означения: ако с R сме означили доходността на ценната книга, то с R^- да означим величината, която е равна на R, ако стойността на R е равна или по-малка от 0, и е равна на 0, ако R е по-голямо от 0. Това можем да запишем по следния начин:

$$R^{-} = \min(R, 0)$$

Дефинирането на R^{-} ни е необходимо, за да улавяме само отрицателните стойности на величината R. За да можем да отчитаме само левите отклоненията на доходността от средната стохастична стойност, ще трябва да работим с тяхната разлика. За прегледност на формализираните записи да означим средната стохастична стойност на R с μ $\equiv E(R)$. Тогава процесът на изчисляване на лявата полудисперсия на доходността на акциите на компаниите «АБВ» и «ГДЖ», които описахме по-горе, може да бъде представен по следния начин ($\mu_{АБВ} = \mu_{ТДЖ} = 2\%$):

$$\sigma_{\mu}{}^{2-} = E[(\min(R-\mu,0))^2] = \frac{\sum_{t=1}^{n}(\min(R_t - \mu,0))^2}{n},$$

където със $\sigma_{\mu}{}^{2-}$ сме означили лявата полудисперсия. Тази формула е в сила, когато се работи с исторически данни и всички стойности на R са равновероятни. В общия случай записът на формулата за намиране на лявата полудисперсия ще бъде:

$$\sigma_{\mu}{}^{2-} = E[(\min(R-\mu,0))^2] = \sum_{t=1}^{n}(\min(R_t - \mu))^2 . p_t ,$$

където: σ_{μ}^{2-} - лява полудисперсия;

R – доходност на ценната книга;

μ - средна стохастична стойност на доходността;

n – брой на сценариите;

p_t - вероятност за реализиране на сценарий t.

В заключение на тази точка ще въведем още една мярка за случайните разпределения. Както е известно, случайните разпределения се разделят на симетрични и асиметрични. Разпределението например, изобразено на фиг. 2, е симетрично относно точка Е, тъй като огледалният образ е точно както началното разпределение.

Разпределение, което показва по-големи екстремуми отдясно на средната стойност на разпределението, отколкото отляво, се нарича разпределение с дясна асиметрия (skew). Аналогично асиметрия, която има по-големи екстремуми наляво от средната стойност на разпределението, се нарича лява асиметрия.

Има няколко статистически метода за измерване на асиметрията. Марковиц (1959) предлага следната мярка за асиметрия:

$$Sk = \frac{\sigma^2}{2\sigma^{2-}}$$

където: σ^2 - дисперсия;

σ^{2-} - лява полудисперсия.

Симетричните разпределения имат коефициент на асиметрия Sk=1. Ако имаме повече екстремуми отдясно, то Sk>1, в обратния случай Sk<1.

Друг метод за измерване на асиметрията е чрез моментния коефициент на асиметрия[6], който се счита за най-универсален измерител на отклонението на рамената на кривата на разпределението вляво или вдясно от точката на най-голямо натрупване на данните от извадката. Формулата, по която можем да го изчислим, е:

$$As = \frac{\frac{\sum_{t=1}^{n}(R_t - \mu)^3}{n}}{\sigma^3};$$

където:

R_t е доходността на акцията в момент t.

n е броя на периодите;

μ е средната стойност на доходността на акцията;

σ^3 е стойността на стандартното отклонение, повдигната на трета степен.

При симетрично разпределение As е равно на нула. Когато разпределението е асиметрично и изтеглено надясно от средната стойност на извадката, коефициентът As е положителен, съответно отрицателен, когато е изтеглено наляво. Ако стойностите по абсолютна стойност са по-големи от 0.5 се приема, че асиметрията е значителна.

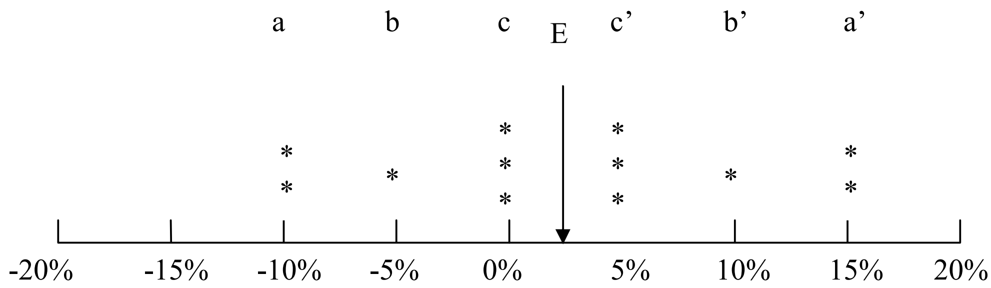
Нека разгледаме отново разпределенията от фигура 1А и 1Б, които представят доходността на акциите на компании „АБВ" и „ГДЖ". Като използваме вече изчислените стойности на досперсията и лявата полудисперсия, коефициентите на асиметрия за двете компании са както следва:

$$Sk_{АБВ} = \frac{\sigma^2}{2\sigma^{2-}} = \frac{49,2}{2*15,2} = 1,62; \qquad Sk_{ГДЖ} = \frac{\sigma^2}{2\sigma^{2-}} = \frac{49,2}{2*34} = 0,72;$$

$$As_{АБВ} = \frac{(-0,06)^3 + 0,01^3 + 0,13^3 + (-0,02)^3 + (-0,06)^3}{5.0,07^3} = 1,0251; \qquad As_{ГДЖ} = -1,0251$$

Благодарение на коефициента на асиметрия можем да измерим това, което установихме графически т.е., че компанията „АБВ" има повече екстремуми вдясно с коефициенти $Sk_{АБВ}$=1,62 и $As_{АБВ} = 1.09$, а компанията „ГДЖ" има повече екстремуми вляво с коефициенти $Sk_{АБВ}$=0,72 и $As_{ГДЖ} = -1.09$

[6] Дамгалиев, Теллалян, Бизнестатистика, НБУ, 2006г., стр 57



Фигура 2: Симетрично разпределение

4. Методи за оценка на риска с изчисляване на ляво отклонение

В началото ще представим традиционния CAPM и начина за изчисляване на бета коефициента, основан на средната стойност на доходността и на дисперсията (двустранна). Впоследствие ще представим и сравним това с 3 начина на изчисление на бета коефициента с използване на лява полудисперсия.

Традиционно рискът на актив i, взет самостоятелно, се измерва чрез стандартното отклонение на неговата доходност, което се задава от формулата:

$$\sigma_i = \sqrt{E[(R_i - \mu_i)^2]}\ ,$$

където:

R_i е доходността на актив i;

μ_i е средната доходност на актив i;

а $E[(R_i - \mu_i)^2] = \dfrac{\sum_{t=1}^{n}(R_{it} - \mu_i\ )^2}{n}$ е средноаритметична на квадратите на отклоненията на доходността от средната й стойност, тъй като отделните периоди от време разглеждаме като равновероятни сценарии.

Когато активът i е един от множество активи в напълно диверсифициран портфейл, рискът се измерва чрез неговата ковариация с пазарния портфейл, което се задава с формулата:

$$\mathrm{cov}_{iM} = \mathrm{E}[(\mathrm{R_i} - \mu_i),(\mathrm{R_M} - \mu_M)],$$

където:

cov_{iM} е ковариацията на актив i с пазарния портфейл M;

R_M е доходността на пазарния портфейл M;

μ_M е средната доходност на пазарния портфейл M.

Тъй като ковариацията е неограничена по стойност и зависима от мащаба (метриката) на данните, нейната интерпретация не е еднозначна. Поради тази причина значително по-полезен измерител на риска може да се получи чрез нормирането й както спрямо риска на актива, така и спрямо риска на пазарния портфейл – разделяме ковариацията с произведението от стандартното отклонение на доходността на актива и стандартното отклонение на доходността на пазарния портфейл. По този начин получаваме корелацията на актива i по отношение на пазара, която се задава с формулата:

$$\rho_{iM} = \frac{\operatorname{cov}_{iM}}{\sigma_i.\sigma_M} = \frac{E[(R_i - \mu_i),(R_M - \mu_M)]}{\sqrt{E[(R_i - \mu_i)^2].E[(R_M - \mu_M)^2]}},$$

където:

ρ_{iM} е корелацията на актива i с пазарния портфейл.

Ковариацията между актива i и пазарния портфейл може да бъде нормирана и само спрямо риска на пазарния портфейл като се раздели на дисперсията на пазарния портфейл. Така достигаме до бета коефициента на актива i:

$$\beta_i = \frac{\operatorname{cov}_{iM}}{\sigma_M^2} = \frac{E[(R_i - \mu_i),(R_M - \mu_M)]}{E[(R_M - \mu_M)^2]}.$$

След преобразуване, тази формула добива вида:

$$\beta_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_M}\rho_{iM}$$

Бета коефициентът представлява най-широко използваната мярка за оценка на систематичния риск на компанията. Също така това е единствената специфична величина за компанията в най-широко използвания модел за оценка на очакваната доходност на собствения капитал, CAPM, който се описва с равенството:

$$E(R_i) = R_f + MRP.\beta_i,$$

където:

$E(R_i)$ е очакваната доходност на актив i;

R_f е безрисковата доходност;

MRP е пазарната рискова премия, която може да се изрази и като:

$$MRP = E(R_M) - R_f,$$

където $E(R_M)$ е очакваната доходност на пазара.

Нека илюстрираме логиката на модела, следвайки нашия пример с компаниите „АБВ" и „ГДЖ". Да припомним, че постигнатата доходност от акциите на компаниите в пет последователни периода е съответно: $R_{АБВ}$ = (-4%, 3%, 15%, 0%, -4%) и $R_{ГДЖ}$ = (8%, 1%, -11%, 4%, 8%); средната стойност на доходността е $\mu_{АБВ} = \mu_{ГДЖ} =$ 2%, а дисперсията и стандартното отклонение са съответно $\sigma^2_{АБВ} = \sigma^2_{ГДЖ} = 0{,}00492$, $\sigma_{АБВ} = \sigma_{ГДЖ} = 0{,}07$, или 7%.

Нека предположим, че пазарната доходност през същите периоди е била R_M = (3%, 6%, -2%, 4%, 8%); тогава μ_M = 3,8%, а σ_M^2 = 0,001136 и съответно $\sigma_M = \sqrt{0,001136} = 0,0337.$

Ковариацията на всяка от двете компании с пазара има стойности съответно: $\text{cov}_{АБВМ} = \frac{1}{5} \cdot \sum_{t=1}^{5} (R_t^{АБВ} - \mu^{АБВ}).(R_t^M - \mu^M) = \frac{1}{5}.$[(-0,06).(-0,008) + 0,01.0,022 + 0,13.(-0,058) + (-0,02).0,002 + (-0,06).0,042] = -0,00188, $\text{cov}_{ГДЖМ}$ = 0,00188. Корелациите на компаниите с пазарния портфейл са съответно: $\rho_{АБВ} = \frac{\text{cov}_{АБВМ}}{\sigma_{АБВ}.\sigma_M} = \frac{-0,00188}{0,07.0,0337} = -0,79695,\ \rho_{ГДЖ} = 0,79695.$ Бета коефициентите имат стойности: $\beta_{АБВ} = \frac{\text{cov}_{АБВМ}}{\sigma_M^2} = \frac{-0,00188}{0,001136} = -1,655 = \frac{0,07.(-0,79695)}{0,0337} = \frac{\sigma_{АБВ} \cdot \rho_{АБВМ}}{\sigma_M}$; $\beta_{ГДЖ} = 1,655$.

За да изчислим очакваната доходност на всяка от компаниите чрез модела CAPM, нека предположим, че безрисковата доходност за периода е била 1%, а пазарната рискова премия е в размер 2,8%. Тогава

$E(R_{АБВ})$ = 1% - 1,655.2,8% = -3,634%; $E(R_{ГДЖ})$ = 1% + 1,655.2,8% = 5,634%

Виждаме, че сумата на очакваните доходности на двете компании е равна на средната стойност на първоначално зададените разпределения: $E(R_{АБВ}) + E(R_{ГДЖ}) = \mu$, което е следствие от факта, че тези разпределения са огледални.

След като Markowitz въвежда изчисляването на риска с помощта на лява полудисперсия, а няколко години по-късно Sharpe (1964), Lintner (1965) и Mossin (1966), предлагат модела CAPM възниква въпросът: възможно ли е конструкцията на CAPM да се използва и тогава, когато рискът на компанията (т.е. бета коефициентът) се изчислява не чрез ковариацията, а чрез полуковариацията? В отговор на този въпрос Hogan & Warren [1974] доказват, че структурата на CAPM остава неизменна и в този случай. Те постигат това като доказват, че линейната връзка между очакваната доходност и риска на компанията, измерен чрез бета коефициента (която е налице при използването на ковариацията за изчисляване на бета), е налице също, ако бета се изчисли чрез полуковариацията.

Съществуват няколко модификации на модела CAPM, при които рискът на компанията се изчислява на основата на правилата за ляво отклонение. Ще разгледаме три такива модификации като вниманието ни в следващата точка ще бъде концентрирано на последната от тях, предложена от J. Estrada [2002].

Първата от трите модификации за изчисляване на бета коефициента е предложена от Hogan & Warren [1974] и по-късно използвана от Bawa & Lindenberg [1977]. Те предлагат конструкция за изчисление на риска, подобна на тази в традиционния CAPM, но с използването на оценка на риска с ляво отклонение. Модела си те наричат LPM (Lower partial moment). Изчисляването на бета коефициента се предлага да става по формулата:

$$\beta_i^{HW} = \frac{E[(R_i - R_f), \min(R_M - R_f, 0)]}{E[(\min(R_M - R_f, 0))^2]}$$

където:

R_i е доходността на актив i;

R_f е безрисковата доходност;

R_M е доходността на пазарния портфейл.

В тази формула правят впечатление три момента. Първият от тях е относно отчитането на риска на основата на ляво отклонение. Това е направено по два начина: най-напред чрез отчитане във формулата на левите отклонения само на пазарната доходност, което се постига чрез присъствието на израза min (R_M – R_f, 0), и на второ място чрез нормирането, което е направено не чрез дисперсията на пазарната доходност, а чрез лявата полудисперсия на тази доходност.

Вторият момент се отнася до това, кои леви отклонения са взети предвид. Ще подчертаем, че са отчетени левите отклонения само на пазарната доходност, а не на доходността на актива. По отношение отклоненията на доходността на актива са взети предвид както левите, така и десните отклонения. В този смисъл формулата отчита не специфичния, а систематичния ляво отклонен риск.

Третият съществен момент във формулата е присъствието на безрисковата доходност R_f. Hogan & Warren [1974] предлагат отклоненията на доходностите да бъдат отчитани от стойността на безрисковата доходност за периода, а не от средната стойност μ на съответната доходност. По този начин безрисковата доходност на пазара играе ролята на целева доходност за инвеститора.

Нека проследим какви резултати ще получим използвайки изходните данни в нашия пример за компании „АБВ” и „ГДЖ”. За отделните компоненти на формулата за изчисляване на бета коефициента последователно получаваме:

$R_{АБВ}$ - R_f = (-5%, 2%, 14%, -1%, -5%)　　　$R_{ГДЖ}$ - R_f = (7%, 0%, -12%, 3%, 7%)

R_M - R_f = (2%, 5%, -3%, 3%, 7%)　　　min (R_M - R_f, 0) = (0%, 0%, -3%, 0%, 0%)

$$E[(R_{АБВ} - R_f), \min(R_M - R_f, 0)] = \frac{(-0{,}03).0{,}14}{5} = -0{,}00084$$

$$E[(R_{ГДЖ} - R_f), \min(R_M - R_f, 0)] = \frac{(-0{,}03).(-0{,}12)}{5} = 0{,}00072$$

$$E[(\min(R_M - R_f, 0))^2] = \frac{(-0{,}03)^2}{5} = 0{,}00018$$

Заместваме във формулата на Hogan & Warren [1974] за определяне на бета коефициента и намираме

$$\beta_{АБВ}^{HW} = \frac{E[(R_{АБВ} - R_f), \min(R_M - R_f, 0)]}{E[(\min(R_M - R_f, 0))^2]} = \frac{-0{,}00084}{0{,}00018} = -4{,}667$$

$$\beta_{ГДЖ}^{HW} = \frac{E[(R_{ГДЖ} - R_f), \min(R_M - R_f, 0)]}{E[(\min(R_M - R_f, 0))^2]} = \frac{0{,}00072}{0{,}00018} = 4{,}000$$

За да определим очакваната доходност на акциите на компаниите „АБВ” и „ГДЖ”, заместваме в равенството на традиционния CAPM:

$$E(R_{АБВ}) = 1\% - 4{,}667.2{,}8\% = -12{,}0676\% \qquad E(R_{ГДЖ}) = 1\% + 4.2{,}8\% = 12{,}2\%.$$

Тези стойности за очакваната доходност съществено се различават от получените преди това с използване на традиционно изчисляван бета коефициент.

Втората от модификациите на бета коефициента е предложена[7] от Harlow & Rao (1989). В тяхната работа се предлага в качеството на целева доходност да се приеме средната пазарна доходност за периода μ_M, т.е. приема се, че инвеститорът възприема систематичния риск като ляво отклонение от тази целева доходност. Формулата за изчисляване на бета коефициента, която Harlow & Rao предлагат е:

$$\beta_i^{HR} = \frac{E[(R_i - \mu_i), \min(R_M - \mu_M, 0)]}{E[(\min(R_M - \mu_M, 0))^2]}$$

където:

R_i е доходността на актив i;

R_M е доходност на пазарния портфейл;

μ_i е средната доходност на актив i;

μ_M е средната доходност на пазарния портфейл.

В сравнение с Bawa & Lindenberg, конструкцията на Harlow & Rao [1989] не предполага други нови елементи при изчисляване на едностранната бета с изключение на това, че отклоненията на доходността на актива са по отношение на средната доходност на самия актив, а не спрямо избраната целева доходност μ_M.

Нека отново използваме данните за двете компании от нашия пример и пресметнем очакваните доходности като използваме предложения от Harlow & Rao начин на изчисляване на бета коефициента:

$(R_{АБВ} - \mu_{АБВ}) = (-6\%, 1\%, 13\%, -2\%, -6\%)$

$(R_{ГДЖ} - \mu_{ГДЖ}) = (6\%, -1\%, -13\%, 2\%, 6\%)$

$(R_M - \mu_M) = (-0.8\%, 2.2\%, -5.8\%, 0.2\%, 4.2\%)$

$\min(R_M - \mu_M, 0) = (-0.8\%, 0\%, -5.8\%, 0\%, 0\%)$

$$E[(R_{АБВ} - \mu_{АБВ}), \min(R_M - \mu_M, 0)] = \frac{(-0{,}06).(-0{,}008) + 0{,}13.(-0{,}058)}{5} = -0{,}001412$$

$$E[(R_{ГДЖ} - \mu_{ГДЖ}), \min(R_M - \mu_M, 0)] = \frac{0{,}06.(-0{,}008) + (-0{,}13).(-0{,}058)}{5} = 0{,}001412$$

[7] Цитирано по Теплова, Т. В., Н. В. Селиванова, Эмпирическое исследование применимости модели DCAPM на развивающихся рынках, ж. „Корпоративные финансы”, № 3, 2007.

$\mathrm{E}[(\min(\mathrm{R}_M - \mu_M, 0))^2] = \dfrac{(-0,008)^2 + (-0,058)^2}{5} = 0,0006856$

Заместваме във формулата на Harlow & Rao за бета коефициента и намираме:

$$\beta^{HR}_{АБВ} = \frac{E[(R_{АБВ} - \mu_{АБВ}), \min(R_M - \mu_M, 0)]}{E[(\min(R_M - \mu_M, 0))^2]} = \frac{-0,001412}{0,0006856} = -2,05951$$

$$\beta^{HR}_{ГДЖ} = \frac{E[(R_{ГДЖ} - \mu_{ГДЖ}), \min(R_M - \mu_M, 0)]}{E[(\min(R_M - \mu_M, 0))^2]} = \frac{0,001412}{0,0006856} = 2,05951$$

За очакваната доходност на двете компании получаваме:

$\mathrm{E}(\mathrm{R}_{АБВ})$ = 1% - 2,05951.2,8% = -4,767% $\mathrm{E}(\mathrm{R}_{ГДЖ})$ = 1% + 2,05951.2,8% = 6,767%

5. Метод на J. Estrada за оценка на риска

Една от последните и най-актуални версии на модела за оценка на риска и цената на собствения капитал е предложена от J. Estrada. Моделът, който предлага Estrada, се нарича D-CAPM. В последващото изложение ще направим кратко представяне на модела и сравнение на резултатите от условния пример с тези изчислени по другите методи.

Съгласно метода на J. Estrada рискът на актив i взет индивидуално се измерва с лявото стандартно отклонение на доходността на актива (или ляво полуотклонение[8]) спрямо средната стойност на доходността, което се задава с формулата:

$$\sigma_i^- = \sqrt{E[(\min(R_i - \mu_i, 0))^2]}$$

На ковариацията на актив i с пазарния портфейл съответства лявата му ковариация (или лява полуковариация[9]) с този портфейл:

$$\mathrm{cov}_{iM}^- = E[\min(R_i - \mu_i, 0), \min(R_M - \mu_M, 0)]$$

Както стандартната ковариация, така и тази полуковариация е неограничена по стойност и зависима от мащаба (метриката) на данните. Тя също може да бъде нормирана чрез разделяне с произведението от полуотклонението на доходността на актива и пазарното полуотклонение. Така достигаме до лявата корелация на актива i по отношение на пазарния портфейл M:

$$\rho_{iM}^- = \frac{\mathrm{cov}_{iM}^-}{\sigma_i^-.\sigma_M^-} = \frac{E[\min(R_i - \mu_i, 0), \min(R_M - \mu_M, 0)]}{\sqrt{E[(\min(R_i - \mu_i, 0))^2].E[(\min(R_M - \mu_M, 0))^2]}}$$

---

[8] Semideviation

[9] Cosemivariance

По аналогия полуковариацията може да бъде разделена с полудисперсията на пазарната доходност и по този начин получаваме лява бета или D-бета[10]:

$$\beta_i^D = \frac{\mathrm{cov}_{iM}^{-}}{\sigma_M^{2-}} = \frac{E[\min(R_i - \mu_i, 0), \min(R_M - \mu_M, 0)]}{E[(\min(R_M - \mu_M, 0))^2]},$$

която след заместване и преобразуване добива вида:

$$\beta_i^D = \frac{\sigma_i^-}{\sigma_M^-}.\rho_{iM}^-$$

J. Estrada предлага лявата бета да се използва в модела CAPM на мястото на традиционната бета и нарича новия модел D-CAPM (Downside CAPM):

$$E(R_i) = R_f + MRP.\beta_i^D.$$

Ако сравним бета коефициента,предложен от J. Estrada, с бета коефициентите, предложени от Hogan & Warren и Harlow & Rao, ще установим няколко основни разлики. Първата разлика се свежда до следното: съгласно β_i^D активът i добавя риск към риска на портфейла само когато доходността на актива и пазарната доходност са по-малки от съответните им средни стойности, т.е. $R_i < \mu_i$ и $R_M < \mu_M$, докато съгласно β_i^{HR} освен в този случай рискът на портфейла се изменя и когато доходността на актива е по-голяма от средната й стойност, а пазарната доходност е по-малка от нейната средна стойност, т.е. $R_i > \mu_i$ и $R_M < \mu_M$. При β_i^{HW} тази разлика се запазва като сравнението е не спрямо средните стойности, а спрямо безрисковата доходност.

Втората разлика е по отношение на това, кои леви отклонения са взети предвид и спрямо коя целева доходност те са отчетени. При β_i^{HW} и β_i^{HR} са отчетени левите отклонения само на пазарната доходност, докато при β_i^D са отчетени левите отклонения и на доходността на актива. Отклоненията, които β_i^D отчита са спрямо средната стойност на съответните разпределения на доходностите, така както е и при β_i^{HR}, докато при β_i^{HW} е въведена целева доходност със стойност равна на безрисковата норма.

Третата основна разлика е очевидна слабост на коефициентите β_i^{HW} и β_i^{HR}. При тях полуковариацията между два актива i и j е различна от полуковариацията между j и i, докато при β_i^D те са равни.

Посочените разлики можем да считаме за теоретични аргументи в полза на лявата бета β_i^D на J. Estrada. Самият той посочва и съответни емпирични доказателства като доказва, че D-CAPM дава значително по-адекватни резултати в сравнение с традиционния CAPM особено когато се прилага за развиващите се пазари.

[10] Downside beta

Нека демонстрираме изчислителните процедури за определяне на риска и на очакваната доходност според модела на J. Estrada като използваме данните за двете компании „АБВ” и „ГДЖ” от нашия пример.

Изчисляване на ляво стандартно отклонение (ляво полуотклонение):

$(R_{АБВ} - \mu_{АБВ})$ = (-6%, 1%, 13%, -2%, -6%); min($R_{АБВ}$ - $\mu_{АБВ}$) = (-6%, 0%, 0%, -2%, -6%)

$(R_{ГДЖ} - \mu_{ГДЖ})$ = (6%, -1%, -13%, 2%, 6%); min($R_{ГДЖ}$ - $\mu_{ГДЖ}$)=(0%, -1%, -13%, 0%, 0%)

$$\sigma^{2-}_{АБВ} = E[(\min(R_{АБВ} - \mu_{АБВ}, 0))^2] = \frac{(-0{,}06)^2 + (-0{,}02)^2 + (-0{,}06)^2}{5} = 0{,}00152$$

$$\sigma^{-}_{АБВ} = \sqrt{\sigma^{2-}_{АБВ}} = \sqrt{0{,}00152} = 0{,}03899 \text{, или } 3{,}899\%;$$

$$\sigma^{2-}_{ГДЖ} = E[(\min(R_{ГДЖ} - \mu_{ГДЖ}, 0))^2] = \frac{(-0{,}01)^2 + (-0{,}13)^2}{5} = 0{,}0034$$

$$\sigma^{-}_{ГДЖ} = \sqrt{\sigma^{2-}_{ГДЖ}} = \sqrt{0{,}0034} = 0{,}05831 \text{, или } 5{,}831\%$$

Изчисляване на лява полуковариация на двете компании с пазара:

$(R_M - \mu_M)$ = (-0.8%, 2.2%, -5.8%, 0.2%, 4.2%);

min(R_M - μ_M , 0)= (-0.8%, 0%, -5.8%, 0%, 0%);

$$\sigma^{2-}_{M} = E[(\min(R_M - \mu_M, 0))^2] = \frac{(-0{,}008)^2 + (-0{,}058)^2}{5} = 0{,}0006856;$$

$$\sigma^{-}_{M} = \sqrt{\sigma^{2-}_{M}} = \sqrt{0{,}0006856} = 0{,}02618 \text{, или } 2{,}618\%;$$

$$\operatorname{cov}^{-}_{АБВM} = E[\min(R_{АБВ} - \mu_{АБВ}, 0), \min(R_M - \mu_M, 0)] = \frac{(-0{,}06).(-0{,}008)}{5} = 0{,}000096;$$

$$\operatorname{cov}^{-}_{ГДЖM} = E[\min(R_{ГДЖ} - \mu_{ГДЖ}, 0), \min(R_M - \mu_M, 0)] = \frac{(-0{,}13).(-0{,}058)}{5} = 0{,}001508;$$

Изчисляване на лявата полукорелация:

$$\rho^{-}_{АБВM} = \frac{\operatorname{cov}^{-}_{АБВM}}{\sigma^{-}_{АБВ}.\sigma^{-}_{M}} = \frac{0{,}000096}{0{,}03899.0{,}02618} = 0{,}09405$$

$$\rho^{-}_{ГДЖM} = \frac{\operatorname{cov}^{-}_{ГДЖM}}{\sigma^{-}_{ГДЖ}.\sigma^{-}_{M}} = \frac{0{,}001508}{0{,}05831.0{,}02618} = 0{,}98784$$

Изчисляване на бета коефициента β^D_i :

$$\beta^D_{АБВ} = \frac{\operatorname{cov}^{-}_{АБВM}}{\sigma^{2-}_{M}} = \frac{0{,}000096}{0{,}0006856} = 0{,}14002$$

$$\beta^{D}_{ГДЖ} = \frac{\mathrm{cov}^{-}_{ГДЖМ}}{\sigma^{2-}_{M}} = \frac{0{,}001508}{0{,}0006856} = 2{,}19953$$

Очакваната цена на собствения капитал, изчислена на основата на D-CAPM за двете компании, е:

$E(R_{АБВ}) = 1\% + 0{,}14002.2{,}8\% = 1{,}392\%$; $E(R_{ГДЖ}) = 1\% + 2{,}19953.2{,}8\% = 7{,}159\%$

Нека обобщим данните в таблици 1 и 2. В таблица 1 можем да разгледаме стойностите на стандартното отклонение, дисперсията, ковариацията и корелацията, изчислени по метода „средна стойност - дисперсия" и метода на J. Estrada. При първия метод дисперсията и стандартното отклонение имат еднакви стойности за двете компании, които имат огледални разпределения на доходността. Стойностите на ковариацията и корелацията са огледални и равни по абсолютна стойност. От друга страна, изчисленията направени по метода на J. Estrada показват различни стойности за лявата полудисперсия и лявото полуотклонение на двете компании, от една страна, и ,от друга - различни (неогледални) стойности на ковариацията и корелацията. В таблица 2 представяме значенията на бета коефициентите и очакваната доходност според CAPM чрез илюстрираните начини на изчисление. Според традиционния метод на изчисление бета коефициентът отново е огледален и ако едната компания има бета от -1,655, то другата има бета от 1,655. Очакваната доходност има стойности от -3,634 за компания АБВ и 5,634 за ГДЖ (поради противоположните стойности на бета коефициента тези стойности са огледални на безрисковата доходност). Стойностите на бета коефициента и очакваната доходност, изчислени по останалите методи се различават значително. Бета коефициентът придобива стойности съответно от -4,667 и 4,00 изчислен по метода на Hogan & Warren; -2,05951 и 2,05951 изчислен по метода на Harlow & Rao и 0,14002 и 2,19953 – по метода на J. Estrada. Стойностите на бета коефициента показват значителни разлики в зависимост от използвания метод, което води до значителни разлики и в изчисляваната очаквана доходност на компаниите.

Таблица 1: Обобщени данни за рисковите показатели според различните методи на изчисление:

Метод на изчисление	„средна стойност – дисперсия"	J. Estrada
Дисперсия АБВ	0,00492	0,00152
Дисперсия ГДЖ	0,00492	0,00340
Ст.отклонение АБВ	7%	3,899%
Ст.отклонение ГДЖ	7%	5,831%
Ковариация АБВ и М	-0,00188	0,000096
Ковариация ГДЖ и М	0,00188	0,001508
Корелация АБВ и М	-0,79695	0,09405
Корелация ГДЖ и М	0,79695	0,98784

Таблица 2: Обобщени данни за бета и очакваната доходност според различните методи на изчисление:

Метод на изчисление	„средна стойност – дисперсия”	Hogan & Warren	Harlow & Rao	J. Estrada
Бета АБВ	-1,655	-4,667	-2,05951	0,14002
Бета ГДЖ	1,655	4,000	2,05951	2,19953
Очаквана доходност АБВ	-3,634%	-12,0676%	-4,767%	1,392%
Очаквана доходност ГДЖ	5,634%	12,2%	6,767%	7,159%

Данните от нашия условен пример са произволно избрани величини. Поради тази причина не е удачно да се правят по-задълбочени изводи на основата на направените изчисления, целта на които беше да се демонстрират изчислителните процедури и да се илюстрират основните различия на отделните методи за изчисление на риска, бета коефициента и очакваната доходност. По задълбочено изследване на релевантността на лявата бета в сравнение с традиционната бета ще направим чрез емпирично проучване. На анализ ще бъде подложен методът на J. Estrada за определяне на бета и изчисляване на очакваната доходност чрез D-CAPM. Резултатите ще бъдат сравнени с резултатите от традиционния метод за изчисляване.

6. Изследване на приложимостта на метода на J. Estrada на българския пазар на акции

За осъществяване на изчисленията използваме данни за цените на ценните книжа, извлечени от ежедневните борсови бюлетини на БФБ за периода от 01.01.2005 г. до 31.05.2008 г. Изчисленията са на база на последни и средни цени на акциите, както са обявени в борсовия бюлетин. При конструиране на седмичните данни се използват два подхода: при работа със средни цени, средната цена в последния работен ден от седмицата се приема за последна цена на акцията за седмицата. При работа с данни за цена на акцията за последната сделка се използва последната цена в последния работен ден от седмицата, както е обявена в дневните бюлетини на борсата.

За еквивалент на пазарна доходност ще използваме индекса SOFIX. От четирите индекса, които БФБ изчислява, само SOFIX и BG40 са с по-дълга история, достатъчна, за да могат да бъдат използвани. SOFIX включва по-малко на брой дружества, но е наличен за целия период от 2004 г. досега. Също така за изчислението му се използват тегла спрямо пазарната капитализация на компаниите, които го съставят. Теоретично той е по-близък до пазарния портфейл. Данните, които ще използваме, са крайната стойност на индекса за всеки последен работен ден от седмицата.

За голяма част от компаниите има дни, в които не са сключвани сделки с тях. Това поражда проблем, който е свързан с факта, че индексът има стойности и в тези дни, което повлиява изчисляването на коефициентите. В този случай са възможни два подхода:

1. Да се приеме, че доходността на акцията в деня без сделки е равна на 0% (т.е., че цената на акцията в двата последователни дни е една и съща);
2. Да се прескочат дните без сделки, както за акциите, така и за индекса и да се продължат изчисленията направо за деня, в който има сключена сделка.

За изчисленията ще използваме първия подход, защото липсата на сделки с дадена ценна книга говори за равновесие на цената и инвеститорите не виждат потенциал за печалба. В същото време пазарът осъществява своите движения и пренебрегването на тези движения би довело до промяна на резултата от изчисленията, в случая на бета или на D-бета.

От данните е изключена седмицата завършваща на 28.12.2005, тъй като данните за нея са непълни, самата седмица се намира в период между два празника, когато ликвидността и обемите на търгуване са много ниски.

Безрисковата доходност изчисляваме като средноаритметично от годишната доходност на всички емисии тримесечни държавни ценни книжа, емитирани от Министерство на финансите за периода от средата на 2007 до средата на 2008 година (последните 12 месеца). Стойността на така изчислената безрискова доходност е 4.14% (таблица 3).

Таблица 3: Доходност на емисиите от тримесечни ДЦК

Месец на емисията	Матуритет	Средногодишна доходност
Юни 2007	3	4.08
Септември 2007	3	4.16
Януари 2008	3	4.2
Април 2008	3	4.12
Средно за всички емисии:		**4.14**

При подбора на компаниите, данните за търговията на които ще подлагаме на анализ, сме приложили следните критерии:

1. Да са листвани на борсата в периода 01.01.2005 до 31.05.2008;
2. Да има сключени сделки с тях в най-малко 70% от дните за периода на извадката.

На тези критерии отговарят четиридесет компании, които сме представили в таблица 4:

Таблица 4: Компании, участващи в изследването, и дял на дните с търговия на БФБ за периода от 01.01.2005 до 31.05.2008

	Код	**Име на компанията**	**Дял на дните с търговия**
1	PETHL	Синергон Холдинг АД - София	100%
2	ALBHL	Албена Инвест Холдинг АД-к.к.	100%

		Албена	
3	DOVUHL	Доверие Обединен Холдинг АД-София	100%
4	IHLBL	Индустриален Холдинг България АД-София	100%
5	BHC	Българска Холдингова Компания АД-София	100%
6	CENHL	Стара планина Холд АД-София	100%
7	SFARM	Софарма АД-София	100%
8	HIKA	Индустриален Капитал Холдинг АД-София	99%
9	GAMZA	Северкооп Гъмза Холдинг АД-София	99%
10	LEV	ИД Златен лев АД-София	98%
11	CCB	ТБ Централна кооперативна банка АД-София	97%
12	ALB	Албена АД-к.к. Албена	97%
13	NEOH	Неохим АД-Димитровград	94%
14	ALUM	Алкомет АД-Шумен	94%
15	ORGH	Оргахим АД-Русе	93%
16	HIMKO	Химко АД-Враца	92%
17	BIOV	Биовет АД-Пещера	92%
18	MCH	М+С хидравлик АД-Казанлък	90%
19	POLIM	Полимери АД-Девня	90%
20	PET	Петрол АД-София	90%
21	HUG	Холдинг Кооп-Юг АД-София	89%
22	KREM	Кремиковци АД-София	89%
23	HSOF	Холдинг Света София АД-София	88%
24	SEVTO	Българска роза-Севтополис АД-Казанлък	87%
25	ZLP	Златни пясъци АД-Варна	87%
26	BULSTH	Ютекс Холдинг АД-София	84%
27	ELTOS	Спарки Елтос АД-Ловеч	83%
28	PAMPO	Пампорово АД-Смолян	81%
29	AROMA	Арома АД-София	81%
30	SKELN	Св. Св. Константин и Елена Холдинг АД-Варна	80%
31	EMKA	ЕМКА АД-Севлиево	80%
32	BMREIT	БенчМарк фонд имоти АДСИЦ-София	80%
33	FZLES	Фазерлес АД-Силистра	80%
34	TOPL	Топливо АД-София	79%
35	DEKOT	Декотекс АД-Сливен	77%
36	ELHIM	Елхим Искра АД-Пазарджик	76%
37	KTEX	Катекс АД-Казанлък	76%
38	BALKL	Балкан АД-Ловеч	73%
39	SLB	Слънчев бряг АД-к.к.Слънчев бряг	71%
40	KDN	Капитан Дядо Никола АД-Габрово	71%

При изчисляването на доходността е пропуснат дивидентният компонент, тъй като влиянието му е пренебрежимо малко.

Тестването на приложимостта на D-бета, съответно на D-CAPM ще извършим в следната последователност:

1. Ще направим анализ на асиметрията на разпределенията на доходността на компаниите чрез изчисляването на два коефициента на асиметрия - моментният коефициент на асиметрия и асиметрията, изчислена по Марковиц.

2. Ще осъществим регресионен анализ, за да определим степента, в която традиционната бета и D-бета са способни да обяснят движенията в средната доходност на акциите.

В таблица 5 е представена стойността на двата коефициента на асиметрия за всяка от компаниите. В направената извадка от 40 компании 37 имат положителен коефициент на моментна асиметрия, който варира от 0.09 до 4.04, а 3 компании имат отрицателен коефициент. Коефициентът значително се различава от 0, което означава, че компаниите имат ясно изразена дясна асиметрия. Аналогичен е резултата за коефициента на асиметрия по Марковиц. Той определя също 37 компании като асиметрични с дясно изтеглена асиметрия.. Оценката на степента на асиметричност на компаниите показва, че 31 от компаниите са с моментен коефициент на асиметрия по-голям от 0.5 по абсолютна стойност, което определя разпределението на доходността като силно асиметрично.

От математическа гледна точка тези резултати са препятствие за използването на традиционния модел CAPM, за който едно от основните изисквания е разпределението на доходността на финансовите активи да е едновременно симетрично и нормално разпределение. Това ни дава и основанието да продължим изследването и да потърсим емпирични доказателства за използването на бета коефициент с ляво отклонение като алтернатива на оценката на риска на компаниите чрез традиционната бета.

Таблица 5: Асиметрия на изследваните компании

Номер	Код компания	Моментен коефициент на асиметрия	Коефициент на асиметрия по Марковиц
1	PETHL	0.64	1.24
2	ALBHL	0.69	1.37
3	DOVUHL	0.66	1.38
4	IHLBL	0.19	1.17
5	BHC	0.83	1.54
6	CENHL	0.96	1.44
7	SFARM	0.89	1.31
8	HIKA	0.92	1.43
9	GAMZA	0.91	1.49
10	LEV	-0.01	0.98
11	CCB	0.79	1.20
12	ALB	0.59	1.32
13	NEOH	0.82	1.35
14	ALUM	0.59	1.08
15	ORGH	1.10	1.74
16	HIMKO	1.05	1.69
17	BIOV	2.45	1.91
18	MCH	0.74	1.43
19	POLIM	1.95	1.94
20	PET	0.09	1.13
21	HUG	1.98	1.68

22	KREM	0.57	1.29
23	SEVTO	4.04	2.37
24	HSOF	0.68	1.33
25	ZLP	0.27	1.15
26	BULSTH	0.22	1.10
27	ELTOS	1.25	1.91
28	PAMPO	0.10	1.05
29	EMKA	-0.62	0.98
30	AROMA	0.70	1.22
31	BMREIT	-1.01	0.77
32	TOPL	0.66	1.23
33	SKELN	1.36	1.70
34	FZLES	0.30	1.16
35	DEKOT	0.27	1.15
36	ELHIM	0.51	1.30
37	KTEX	1.03	1.66
38	BALKL	0.43	1.28
39	SLB	0.75	1.40
40	KDN	0.51	1.28

Проверка на релевантността на използването на коефициента D-бета за оценка на риска ще направим чрез регресионен анализ, където като зависима променлива ще поставим средната доходност на компаниите, а като независима променлива - коефициентите бета и D-бета. Изчисляваме средната доходност на всяка една от изследваните компании по формулата:

$$R_i = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} * 100$$

където,

R_i е средната доходност за компания i;

P_t е цената на акцията в края на период t.

Средната доходност се изчислява за два различни интервала от време. Единият е на седмична база, където за P_t се взима стойността на акцията от последния работен ден на седмицата. Доходността се изчислява за всяка седмица от периода 01.01.2005 - 31.05.2008 и се намира средната стойност. По този начин получаваме средната седмична доходност за периода 01.01.2005 до 31.05.2008 на всяка отделна компания. За да бъдат по-лесни за възприемане и интерпретиране данните, привеждаме седмичната доходност към годишна като умножаваме получената средна стойност по 52.

Вторият интервал от време, за който се изчислява доходността, е на месечна база, където за P_t се взима цената от последния работен ден на месеца, след което се намира средната доходност на всяка от компаниите за всички месеци от периода 01.01.2005 до 31.05.2008.

Използването на два подхода за изчисляване на доходността на акциите в регресионното уравнение има за цел да даде отговор на въпроса: движенията на коя доходност (седмичната или месечната) се обясняват в по-голяма степен от независимата променлива. От друга страна, използването на две независими променливи (бета и D-бета) показва коя от тях е в състояние да обясни в по-голяма степен промените на доходността.

Уравнението на регресионния анализ, което използваме е линейно и има вида:

$$R_i = \alpha_1 + \alpha_2 RF_i + e,$$

където:

R_i е средната доходност на компания i;

α_1, α_2 са коефициенти на регресията;

RF_i е рисковия фактор (бета или D-бета);

e е случайна грешка.

Като независима променлива и рисков фактор последователно в регресионното уравнение ще бъдат замествани бета и D-бета. Оценката на двата бета коефициента правим по демонстрираните в предходните точки формули.

Изчислените стойности на средната доходност бета и D-бета, които са заложени в последващия регресионен анализ, могат да се видят в таблици 6 и 7.

Таблица 6. Стойности на бета, D-бета, годишна и месечна доходност. Изчисленията в таблица 6 са направени като са използвани данни за средна цена на акциите за всеки ден от 01.01.2005 до 31.05.2008

Код	Бета	Д-бета	Годишна доходност	Месечна доходност
PETHL	0.89	1.21	25.0%	2.1%
ALBHL	0.77	0.83	20.8%	2.0%
DOVUHL	1.06	1.35	32.6%	3.5%
IHLBL	0.86	0.97	38.8%	3.2%
BHC	0.87	1.00	30.9%	3.1%
CENHL	0.86	1.01	72.4%	3.1%
SFARM	0.86	0.93	34.6%	1.7%
HIKA	1.02	1.35	104.1%	6.6%
GAMZA	0.99	0.98	5.4%	0.4%
LEV	0.36	0.54	15.4%	1.2%
CCB	1.21	1.13	23.5%	2.3%
ALB	0.91	0.87	23.5%	2.2%
NEOH	0.95	0.88	51.9%	4.5%
ALUM	1.25	1.49	47.3%	2.4%
ORGH	1.06	1.02	93.0%	8.6%
HIMKO	1.91	1.89	35.7%	3.8%
BIOV	1.03	0.75	18.8%	1.7%
MCH	0.67	0.89	70.9%	3.1%
POLIM	1.66	1.47	53.2%	3.9%
PET	0.70	1.01	45.8%	4.2%
HUG	0.52	1.04	52.5%	2.9%
KREM	0.13	0.94	26.1%	2.0%
SEVTO	0.59	1.03	44.8%	-1.1%
HSOF	0.95	1.37	5.5%	0.0%
ZLP	0.90	1.04	-2.3%	-0.1%
BULSTH	0.84	1.39	91.0%	7.1%

ELTOS	0.69	0.97	85.7%	4.9%
PAMPO	0.80	1.13	17.6%	1.9%
EMKA	0.61	1.10	88.8%	5.9%
AROMA	1.33	1.70	34.5%	1.1%
BMREIT	0.08	0.41	-3.7%	-0.1%
TOPL	0.51	1.01	60.6%	4.8%
SKELN	1.06	1.34	58.0%	4.9%
FZLES	0.93	1.34	88.2%	7.6%
DEKOT	0.72	0.85	41.4%	1.1%
ELHIM	0.92	1.35	76.2%	4.2%
KTEX	0.82	1.08	21.7%	2.0%
BALKL	0.73	0.98	32.0%	2.4%
SLB	0.59	0.69	10.1%	0.7%
KDN	0.85	1.04	30.5%	2.4%

Таблица 7. Стойности на бета, D-бета, годишна и месечна доходност. Изчисленията в таблица 7 са направени като са използвани данни за последна цена на акциите за всеки ден от 01.01.2005 до 31.05.2008

Код	Бета	Д-бета	Годишна доходност	Месечна доходност
PETHL	0.90	1.15	22.3%	1.9%
ALBHL	0.75	0.77	19.1%	1.9%
DOVUHL	1.00	1.30	31.6%	3.4%
IHLBL	0.87	0.96	37.7%	3.2%
BHC	0.76	0.90	29.4%	2.8%
CENHL	0.80	0.92	71.5%	3.0%
SFARM	0.80	0.86	34.2%	1.6%
HIKA	1.02	1.30	106.0%	6.6%
GAMZA	1.07	1.11	5.0%	0.4%
LEV	0.38	0.55	15.5%	1.2%
CCB	1.16	1.13	23.8%	2.3%
ALB	0.97	0.94	23.2%	2.2%
NEOH	0.93	0.97	52.4%	4.5%
ALUM	1.22	1.49	47.9%	2.4%
ORGH	1.03	0.98	94.2%	8.4%
HIMKO	1.81	1.82	36.7%	3.5%
BIOV	0.97	0.74	18.4%	1.7%
MCH	0.70	0.91	71.5%	3.2%
POLIM	1.79	1.57	57.4%	3.7%
PET	0.73	1.09	45.3%	4.3%
HUG	0.61	1.03	49.5%	2.9%
KREM	0.23	0.94	29.4%	2.1%
SEVTO	0.72	0.82	7.5%	-1.2%
HSOF	0.81	1.39	8.5%	0.1%
ZLP	0.87	1.03	-1.5%	-0.1%
BULSTH	0.88	1.39	91.2%	7.3%
ELTOS	0.53	0.89	81.5%	4.7%
PAMPO	0.91	1.28	13.1%	1.4%
EMKA	0.58	1.03	89.6%	5.9%
AROMA	1.16	1.46	29.3%	1.0%
BMREIT	0.05	0.40	-2.5%	-0.1%
TOPL	0.47	1.04	62.6%	4.8%
SKELN	0.98	1.25	54.1%	4.7%
FZLES	0.85	1.24	89.3%	7.7%

DEKOT	0.62	0.81	41.9%	1.2%
ELHIM	0.88	1.40	78.3%	4.2%
KTEX	0.65	1.10	22.0%	2.0%
BALKL	0.70	1.14	31.6%	2.3%
SLB	0.49	0.72	12.7%	0.7%
KDN	0.86	1.04	32.3%	2.6%

Регресионният анализ извършваме с програмния продукт SPSS 16.0. Използваме вградения в програмата инструмент за осъществяване на еднофакторна линейна регресия. Показаните стойности на бета, D-бета, годишната и месечна доходност в таблици 6 и таблица 7 въвеждаме в програмния продукт.

На първия етап ще направим еднофакторна линейна регресия, базирана на данните от таблица 6, при която изчисленията са направени като се използват средните цени за деня на акциите и след това се повтарят като се работи с крайни цени на акцията (данните от таблица 7). Първоначално като зависима променлива поставяме реда с годишната доходност на компаниите показан в таблица 6. След това последователно поставяме като независима променлива реда с данни за коефициентите бета и D-бета. На втория етап поставяме като независима променлива реда с данни за месечната доходност от таблица 6 и отново извършваме оценка на регресионното уравнение като последователно поставяме коефициентите бета и D-бета като независими променливи. По този начин на практика се получават две двойки регресии, резултатът от оценката на които е представен в таблица 8. Аналогично извършваме същите регресии, но използвайки данните от таблица 7. Отново получаваме две двойки регресионни оценки, които са представени в таблица 9.

В таблици 8 и 9 може да се проследи коефициента на детерминация (R^2) за всички направени регресионни оценки. За регресията с независима променлива бета и зависима променлива годишната доходност R^2 е в размер на 0.014[11]. Когато зависимата променлива е месечната доходност, а независимата – бета, стойността на R^2 е 0.048. При работа с месечни данни стойността на коефициента се увеличава над три пъти. Въпреки това и двете стойности на R^2 показват пределно ниска способност на бета да обясни промените в средната доходност на акцията. Стойността на R^2 при регресията с независима променлива D-бета е 0.104 при годишна доходност като зависима променлива и 0.106 при месечна доходност като зависима променлива. Сравнено с коефициента на детерминация на регресията с бета, резултатът е значително по-добър и показва, че D-бета е в състояние в по-голяма степен да обясни поведението на зависимата променлива или средната доходност в нашия случай. Въпреки това стойността на R^2 и в тоя случай е ниска и влиянието като цяло може да се определи като ниско.

Проверката за значимост на коефициента на детерминация е извършена при ниво на значимост 0.05 и показва, че при всички разгледани случаи е значим. От статистическа гледна точка колкото по-голяма е стойността на F от Sig, толкова по-ясно изразена е значимостта на R^2. Или значимостта на D-бета като независима променлива в регресионното уравнение е по-ясно, изразена отколкото на бета.

[11] Коефициентът се движи в границите от 0 до 1; при стойност 0 способността на независимата променлива да опише поведението на зависимата е 0%; при стойност 1 поведението на зависимата променлива се описва перфектно от модела).

Таблица8. Резултати от регресионния анализ, базирани на данни от таблица 6.

	R	R^2	**ст.грешка на оценката**	**F**	**Sig.**
Зависима променлива – годишна доходност					
Beta	0.12	0.014	28.50%	0.557	0.46
D-beta	0.32	0.104	27.14%	4.412	0.42
Зависима променлива – месечна доходност					
Beta	0.29	0.048	2.16%	1.89	0.18
D-beta	0.35	0.106	2.09%	4.523	0.40

Таблица 9. Резултати от регресионния анализ, базирани на данни от таблица 7.

	R	R^2	**ст.грешка на оценката**	**F**	**Sig.**
Зависима променлива – годишна доходност					
Beta	0.12	0.017	29.12%	0.653	0.424
D-beta	0.28	0.083	28.12%	3.441	0.071
Зависима променлива – месечна доходност					
Beta	0.187	0.035	2.20%	1.38	0.274
D-beta	0.318	0.101	2.10%	4.26	0.046

В таблици 10 и 11 могат да се видят оценките на коефициентите α_1 и α_2, както и проверка на значимостта на α_2. Резултатите показват че във всички от разглежданите случаи проверката за значимост определя коефициента като значим.

Таблица 10: Оценка на коефициентите на регресията, базирана на данни от таблица 6.

	Коеф. α_1	**Коеф.** α_2	**Стандартизиран коеф.** α_2	**t**	**Sig.**
Зависима променлива – годишна доходност					
Beta	33.9	10.1	0.12	0.746	0.46
D-beta	8.3	31.6	0.323	2.1	0.42
Зависима променлива – месечна доходност					
Beta	1.75	1.41	0.22	1.378	0.176
D-beta	0.3	2.5	0.328	2.127	0.04

Таблица 11: Оценка на коефициентите на регресията, базирани на данните от таблица 7.

	Коеф. α_1	**Коеф.** α_2	**Стандартизиран коеф.** α_2	**t**	**Sig.**
Зависима променлива – годишна доходност					
Beta	0.321	0.114	0.141	0.808	0.42

D-beta	0.098	0.297	0.288	1.855	0.07
Зависима променлива – месечна доходност					
Beta	0.019	0.012	0.187	1.176	0.247
D-beta	0.003	0.025	0.318	2.064	0.046

На следващия етап от анализа прилагаме регресионния анализ, но при повишаване на изискванията за ликвидност, изразена чрез дни, в които има сключени сделки. Целта, която преследваме, е да оценим дали степента, в която се търгуват акциите, оказва съществено влияние върху способността на бета и D-бета да обяснят измененията в доходността. Критерият за избор на компаниите в този случай е, че трябва да са сключени сделки с акциите на съответната компания най-малко в 95% от дните през разглеждания период. На този критерий отговарят първите 12 компании от посочените в таблица 3. Ако поставим бета като независима променлива, R^2 има стойност от 0.043 и 0.113 съответно за годишната и месечната доходност, поставени като зависима променлива. Резултатите показват видимо подобрение в сравнение с анализа на 40 компании, но все още способността на бета да обясни движенията на доходността се оценява като много ниска. Аналогичните стойности на R^2 при D-бета като независима променлива са съответно 0.242 и 0.404. Това е значително подобрение в сравнение с анализа извършен с 40 компании и показва сравнително по-висока способност на D-бета да обясни средната доходност на компаниите.

Таблица 12. Резултати от регресионния анализ за компании, които имат осъществени сделки в поне 95% от дните за периода от 01.01.2005 – 30.05.2008

	R	R^2	**ст.грешка на оценката**	**F**	**Sig.**
Зависима променлива – годишна доходност					
Beta	0.208	0.043	27.72%	0.454	0.516
D-beta	0.492	0.242	24.67%	3.197	0.104
Зависима променлива – месечна доходност					
Beta	0.335	0.113	1.20%	1.268	0.287
D-beta	0.638	0.407	6.88%	6.875	0.026

Таблица 13: Оценка на коефициентите на регресията за компании, които имат осъществени сделки в поне 95% от дните за периода от 01.01.2005 – 30.05.2008.

	Коеф. α_1	**Коеф.** α_2	**Стандартизиран коеф.** α_2	**t**	**Sig.**
Зависима променлива – годишна доходност					
Beta	10.8	27.8	0.208	0.674	0.516
D-beta	-24.11	58.872	0.492	1.788	0.104
Зависима променлива – месечна доходност					
Beta	0.379	2.5	0.335	1.126	0.287
D-beta	-1.743	4.306	0.638	2.622	0.026

От направения регресионен анализ могат да се направят следните изводи като обобщение:

- Стойностите на R^2 са ниски както за бета, така и за D-бета. Това означава, че способността на двата коефициента да обяснят измененията в средната доходност е ниска според конструираното регресионно уравнение и направения регресионен анализ.
- D-бета е в състояние в по-висока степен да обясни движенията на доходността на акциите. Стойността на коефициента на детерминация, когато независима променлива в регресионното уравнение е D-бета, превишава от два до над четири пъти коефициента на детерминация на стандартната бета. Този резултат показва, че D-бета е в значителна степен по-подходящ при измерване на риска на отделните компании, отколкото бета коефициента.
- Ако се работи с данни за месечната доходност, способността на бета и D-бета да обяснят промените в средната доходност се увеличава сравнено с годишната. Тук сме длъжни да отбележим, че годишната доходност беше изчислена като функция на седмичната доходност.
- Степента, в която компаниите се търгуват, има съществено значение за степента в която бета и D-бета са в състояние да обяснят измененията в средната доходност. Колкото по-търгувани са компаниите измерено като дни, в които има сключени сделки, толкова по-висока е степента, в която бета и D-бета обясняват промените в средната доходност.

На последния етап ще направим преглед на бета и D-бета, разликите в техните стойности и отражението им върху стойността на изискуемата доходност изчислена чрез CAPM и D-CAPM. В края на изложението ще обърнем внимание и на различията в резултатите, които възникват при използването на двата подхода (традиционния подход и подхода на J.Estrada) за изисляване на дисперсията, лявата полудисперсия, стандартното отклонение, лявото полуотклонение, ковариацията, лявата полуковариация, корелацията и лявата полукорелация.

В таблица 14 са показани резултатите от изчислението на D-бета, D-CAPM, нормална бета и CAPM, когато изчисленията са правени по средната цена на акциите за деня. Аналогично сравнение, но по последна цена на акцията за деня може да се намери в таблица 15. Стойностите на бета варират от 0.08 до 1.91, а стойностите на D-бета варират от 0.41 до 1.89. От друга страна, стойностите на CAPM варират от 6.5% до 62.1%, съответно стойностите на D-CAPM варират от 16.5% до 61.5%. Забелязва се склонност на D-бета да се увеличава и приближава към 1 особено за акциите, чиито бета коефициент е много близък до 0. Например бета коефициентът на LEV (ИД Златен лев АД-София) е 0.36, а D-бета се увеличава до 0.54; бета коефициента на HUG (Холдинг Кооп-Юг АД-София) е 0.52, а D-бета се увеличава до 1.04; бета коефициентът на KREM (Кремиковци АД-София) е 0.13, а D-бета се увеличава до 0.94. Аналогично за същите компании D-CAPM се увеличава и придобива по-високи и по-реални стойности (например очакваната доходност на Кремиковци АД се увеличава от 8.2% на 32.7%).

От включените в изследването 40 компании 32 имат по-висока D-бета в сравнение с бета, съответно това рефлектира в по-висока по D-CAPM доходност, в сравнение с CAPM. Средната разлика, когато D-CAPM е по-голям от CAPM, е 9.1 процентни пункта, докато в обратния случай, когато D-CAPM е по-нисък от CAPM, е -2.8 процентни пункта. Това показва, че ако се изчислява ляво отклоненият риск с помощта на ляво отклонена бета или D-бета, компаниите на БФБ се определят в по-голямата си част като по-рискови, което рефлектира върху по-високата изискуема доходност. Този резултат кореспондира с разбирането, че формиращите се пазари (в частност българският фондов пазар) са носители на значително по-висок риск, отколкото развитите. По този начин използването на модела D-CAPM позволява да се изчисли по-висока изискуема доходност на компаниите като се използва модел, който притежава основните качества на стандартния CAPM: лесен за използване, без да има нужда от коригирането на модела с допълнителни рискови променливи с цел да се повиши рисковата премия.

Таблица 14. Обобщение на резултатите за бета, D-бета, CAPM и D-CAPM, когато за цена на акцията се използва средната стойност за деня.

Код	Бета	CAPM	D-бета	D-CAPM
PETHL	0.89	31.2%	1.21	40.9%
ALBHL	0.77	27.4%	0.83	29.2%
DOVUHL	1.06	36.3%	1.35	45.1%
IHLBL	0.86	30.4%	0.97	33.4%
BHC	0.87	30.7%	1.00	34.6%
CENHL	0.86	30.3%	1.01	34.8%
SFARM	0.86	30.3%	0.93	32.5%
HIKA	1.02	35.1%	1.35	45.0%
GAMZA	0.99	34.2%	0.98	33.9%
LEV	0.36	15.2%	0.54	20.6%
CCB	1.21	40.8%	1.13	38.4%
ALB	0.91	31.9%	0.87	30.6%
NEOH	0.95	32.8%	0.88	30.7%
ALUM	1.25	42.0%	1.49	49.3%
ORGH	1.06	36.5%	1.02	35.2%
HIMKO	1.91	62.1%	1.89	61.5%
BIOV	1.03	35.6%	0.75	26.8%
MCH	0.67	24.5%	0.89	31.1%
POLIM	1.66	54.5%	1.47	48.8%
PET	0.70	25.5%	1.01	34.8%
HUG	0.52	20.0%	1.04	35.8%
KREM	0.13	8.2%	0.94	32.7%
SEVTO	0.59	21.9%	1.03	35.4%
HSOF	0.95	33.0%	1.37	45.6%
ZLP	0.90	31.4%	1.04	35.8%
BULSTH	0.84	29.6%	1.39	46.2%
ELTOS	0.69	25.1%	0.97	33.7%
PAMPO	0.80	28.4%	1.13	38.4%
EMKA	0.61	22.8%	1.10	37.4%
AROMA	1.33	44.5%	1.70	55.8%
BMREIT	0.08	6.5%	0.41	16.5%
TOPL	0.51	19.6%	1.01	34.8%
SKELN	1.06	36.2%	1.34	44.7%
FZLES	0.93	32.5%	1.34	44.7%
DEKOT	0.72	25.9%	0.85	29.9%
ELHIM	0.92	32.2%	1.35	45.1%
KTEX	0.82	29.1%	1.08	36.9%
BALKL	0.73	26.4%	0.98	34.0%
SLB	0.59	22.0%	0.69	25.2%
KDN	0.85	30.1%	1.04	35.8%

Таблица 15. Обобщение на резултатите за бета, D-бета, CAPM и D-CAPM, когато за цена на акцията се използва последната стойност за деня.

Код	Бета	CAPM	D-бета	D-CAPM
PETHL	0.90	31.5%	1.15	39.2%
ALBHL	0.75	26.8%	0.77	27.5%
DOVUHL	1.00	34.4%	1.30	43.8%
IHLBL	0.87	30.5%	0.96	33.3%
BHC	0.76	27.2%	0.90	31.4%
CENHL	0.80	28.4%	0.92	32.0%
SFARM	0.80	28.5%	0.86	30.4%
HIKA	1.02	35.1%	1.30	43.5%
GAMZA	1.07	36.5%	1.11	37.8%
LEV	0.38	15.6%	0.55	20.7%
CCB	1.16	39.3%	1.13	38.3%
ALB	0.97	33.6%	0.94	32.6%
NEOH	0.93	32.3%	0.97	33.6%
ALUM	1.22	41.1%	1.49	49.3%
ORGH	1.03	35.3%	0.98	33.8%
HIMKO	1.81	59.0%	1.82	59.3%
BIOV	0.97	33.5%	0.74	26.6%
MCH	0.70	25.3%	0.91	31.7%
POLIM	1.79	58.5%	1.57	51.7%
PET	0.73	26.2%	1.09	37.1%
HUG	0.61	22.5%	1.03	35.5%
KREM	0.23	11.2%	0.94	32.8%
SEVTO	0.72	25.9%	0.82	28.9%
HSOF	0.81	28.6%	1.39	46.3%
ZLP	0.87	30.4%	1.03	35.5%
BULSTH	0.88	30.9%	1.39	46.4%
ELTOS	0.53	20.1%	0.89	31.2%
PAMPO	0.91	31.6%	1.28	43.1%
EMKA	0.58	21.6%	1.03	35.4%
AROMA	1.16	39.4%	1.46	48.6%
BMREIT	0.05	5.6%	0.40	16.2%
TOPL	0.47	18.3%	1.04	35.8%
SKELN	0.98	33.8%	1.25	42.1%
FZLES	0.85	30.0%	1.24	41.8%
DEKOT	0.62	22.9%	0.81	28.6%
ELHIM	0.88	30.8%	1.40	46.6%
KTEX	0.65	23.8%	1.10	37.4%
BALKL	0.70	25.4%	1.14	38.9%
SLB	0.49	19.0%	0.72	26.1%
KDN	0.86	30.3%	1.04	35.7%

В таблица 16 и таблица 17 представяме стойностите на дисперсията и стандартното отклонение, от една страна, и на лявата полудисперсия и лявото отклонение, от друга. Стандартното отклонение на акциите варира в границите от 8.22% до 37.35%; лявото полуотклонение варира в границите от 5.03% до 20.80% (таблица 16). Стойностите на лявото полуотклонение показват склонност да бъдат с няколко пункта по-ниски, отколкото стойностите на стандартното отклонение. Средната стойност на стандартното отклонение на всички изследвани акции е 15.91%, а средната стойност на лявото отклонение е 9.79%. При тълкуването на тези величини трябва да се има предвид, че лявото отклонение отчита само стойностите на доходността, които се намират от лявата страна на целевата доходност, докато стойностите които се намират отдясно, участват във формулата като се приема, че са равни на нула. Т.е. едностранното отклонение има по-ниска стойност, но това не означава, че отчита по-нисък риск на ценната книга.

Таблица 16. Обобщение на резултатите за дисперсия, стандартно отклонение, полудисперсия и ляво полуотклонение, когато за цена на акцията се използва последната стойност за деня.

	Дисперсия	Стандартно отклонение	Полудисперсия	Ляво полуотклонение
PETHL	0.0148	12.16%	0.0057	7.58%
ALBHL	0.0086	9.26%	0.0034	5.83%
DOVUHL	0.0192	13.87%	0.0070	8.37%
IHLBL	0.0134	11.56%	0.0062	7.85%
BHC	0.0178	13.33%	0.0055	7.44%
CENHL	0.0148	12.16%	0.0049	7.00%
SFARM	0.0068	8.22%	0.0025	5.03%
HIKA	0.0352	18.77%	0.0116	10.78%
GAMZA	0.0175	13.22%	0.0062	7.89%
LEV	0.0047	6.87%	0.0023	4.74%
CCB	0.0157	12.52%	0.0067	8.21%
ALB	0.0087	9.32%	0.0034	5.79%
NEOH	0.0128	11.31%	0.0054	7.35%
ALUM	0.0261	16.14%	0.0114	10.69%
ORGH	0.0195	13.96%	0.0061	7.82%
HIMKO	0.1395	37.35%	0.0433	20.80%
BIOV	0.0158	12.55%	0.0046	6.80%
MCH	0.0172	13.13%	0.0061	7.81%
POLIM	0.0682	26.11%	0.0180	13.43%
PET	0.0207	14.40%	0.0093	9.62%
HUG	0.0572	23.91%	0.0197	14.02%
KREM	0.0419	20.47%	0.0155	12.45%
SEVTO	0.0309	17.58%	0.0143	11.97%
HSOF	0.0446	21.11%	0.0157	12.52%
ZLP	0.0130	11.39%	0.0052	7.20%
BULSTH	0.0700	26.46%	0.0298	17.25%
ELTOS	0.0265	16.29%	0.0075	8.64%
PAMPO	0.0214	14.64%	0.0099	9.94%
EMKA	0.0396	19.89%	0.0196	13.98%
AROMA	0.0336	18.33%	0.0146	12.09%
BMREIT	0.0107	10.33%	0.0065	8.08%
TOPL	0.0299	17.29%	0.0120	10.94%
SKELN	0.0287	16.94%	0.0083	9.12%
FZLES	0.0173	13.14%	0.0066	8.15%
DEKOT	0.0578	24.04%	0.0261	16.16%
ELHIM	0.0272	16.50%	0.0103	10.17%
KTEX	0.0292	17.07%	0.0105	10.26%
BALKL	0.0285	16.88%	0.0116	10.76%
SLB	0.0208	14.42%	0.0072	8.51%
KDN	0.0181	13.44%	0.0072	8.46%

Таблица 17. Обобщение на резултатите за дисперсия, стандартно отклонение, полудисперсия и ляво полуотклонение, когато за цена на акцията се използва средната стойност за деня.

	Дисперсия	Стандартно отклонение	Полудисперсия	Ляво полуотклонение
PETHL	0.0164	12.80%	0.0066	8.14%
ALBHL	0.0092	9.58%	0.0033	5.78%
DOVUHL	0.0202	14.20%	0.0073	8.55%
IHLBL	0.0140	11.83%	0.0060	7.74%
BHC	0.0197	14.05%	0.0064	8.00%
CENHL	0.0160	12.63%	0.0055	7.44%
SFARM	0.0070	8.36%	0.0027	5.17%
HIKA	0.0313	17.68%	0.0110	10.47%
GAMZA	0.0183	13.52%	0.0062	7.84%
LEV	0.0043	6.53%	0.0022	4.67%
CCB	0.0152	12.31%	0.0063	7.94%
ALB	0.0084	9.16%	0.0032	5.65%
NEOH	0.0128	11.33%	0.0048	6.90%
ALUM	0.0237	15.40%	0.0110	10.50%
ORGH	0.0188	13.72%	0.0054	7.36%
HIMKO	0.1390	37.28%	0.0412	20.29%
BIOV	0.0159	12.62%	0.0042	6.46%
MCH	0.0159	12.59%	0.0055	7.44%
POLIM	0.0582	24.13%	0.0150	12.27%
PET	0.0220	14.82%	0.0097	9.87%
HUG	0.0658	25.65%	0.0196	14.01%
KREM	0.0363	19.06%	0.0141	11.87%
SEVTO	0.1115	33.40%	0.0235	15.33%
HSOF	0.0398	19.94%	0.0149	12.22%
ZLP	0.0110	10.49%	0.0048	6.92%
BULSTH	0.0710	26.64%	0.0321	17.92%
ELTOS	0.0311	17.64%	0.0081	9.01%
PAMPO	0.0183	13.51%	0.0087	9.32%
EMKA	0.0386	19.64%	0.0198	14.06%
AROMA	0.0518	22.76%	0.0213	14.58%
BMREIT	0.0088	9.41%	0.0058	7.59%
TOPL	0.0270	16.44%	0.0110	10.49%
SKELN	0.0315	17.75%	0.0092	9.61%
FZLES	0.0163	12.75%	0.0070	8.37%
DEKOT	0.0594	24.37%	0.0258	16.05%
ELHIM	0.0251	15.84%	0.0097	9.83%
KTEX	0.0294	17.14%	0.0088	9.40%
BALKL	0.0298	17.27%	0.0117	10.81%
SLB	0.0174	13.20%	0.0062	7.89%
KDN	0.0165	12.85%	0.0065	8.03%

В таблица 18 и таблица 19 са представени стойностите на ковариацията и полуковариацията на изследваните акции. Стойностите на ковариацията се намират в значително по-широк диапазон, отколкото стойностите на полуковариацията. Ковариацията на акциите варира в границите от 0.0002 до 0.0080; лявата полуковариация варира в границите от 0.0008 до 0.0038 (таблица 18). Може да се направи обобщението, че като цяло стойностите на лявата полуковариация отново са по-ниски, отколкото стойностите на ковариацията. Средната стойност на ковариацията на всички изследвани акции е 0.0037, докато средната стойност на лявото отклонение е 0.0022.

Таблица 18. Обобщение на резултатите за ковариацията и лявата полуковариация, когато за цена на акцията се използва последната стойност за деня.

	Ковариация	Лява полуковариация
PETHL	0.0040	0.0024
ALBHL	0.0033	0.0016
DOVUHL	0.0044	0.0027
IHLBL	0.0039	0.0020
BHC	0.0034	0.0019
CENHL	0.0035	0.0019
SFARM	0.0036	0.0018
HIKA	0.0045	0.0027
GAMZA	0.0047	0.0023
LEV	0.0017	0.0011
CCB	0.0052	0.0023
ALB	0.0043	0.0019
NEOH	0.0041	0.0020
ALUM	0.0054	0.0031
ORGH	0.0046	0.0020
HIMKO	0.0080	0.0038
BIOV	0.0043	0.0015
MCH	0.0031	0.0019
POLIM	0.0080	0.0032
PET	0.0032	0.0022
HUG	0.0027	0.0021
KREM	0.0010	0.0020
SEVTO	0.0032	0.0017
HSOF	0.0036	0.0029
ZLP	0.0038	0.0021
BULSTH	0.0039	0.0029
ELTOS	0.0023	0.0018
PAMPO	0.0040	0.0027
EMKA	0.0026	0.0021
AROMA	0.0052	0.0030
BMREIT	0.0002	0.0008
TOPL	0.0021	0.0022
SKELN	0.0043	0.0026
FZLES	0.0038	0.0026
DEKOT	0.0027	0.0017
ELHIM	0.0039	0.0029
KTEX	0.0029	0.0023
BALKL	0.0031	0.0024
SLB	0.0022	0.0015
KDN	0.0038	0.0022

Таблица 19. Обобщение на резултатите за ковариацията и лявата полуковариация, когато за цена на акцията се използва средната стойност за деня.

	Ковариация	Лява полуковариация
PETHL	0.0040	0.0025
ALBHL	0.0034	0.0017
DOVUHL	0.0047	0.0028
IHLBL	0.0038	0.0020
BHC	0.0039	0.0021
CENHL	0.0038	0.0021
SFARM	0.0038	0.0019
HIKA	0.0045	0.0028
GAMZA	0.0044	0.0020
LEV	0.0016	0.0011
CCB	0.0054	0.0023
ALB	0.0041	0.0018
NEOH	0.0042	0.0018
ALUM	0.0055	0.0031
ORGH	0.0047	0.0021
HIMKO	0.0085	0.0039
BIOV	0.0046	0.0015
MCH	0.0030	0.0018
POLIM	0.0074	0.0030
PET	0.0031	0.0021
HUG	0.0023	0.0022
KREM	0.0006	0.0019
SEVTO	0.0026	0.0021
HSOF	0.0042	0.0028
ZLP	0.0040	0.0022
BULSTH	0.0037	0.0029
ELTOS	0.0031	0.0020
PAMPO	0.0035	0.0023
EMKA	0.0027	0.0023
AROMA	0.0059	0.0035
BMREIT	0.0004	0.0008
TOPL	0.0023	0.0021
SKELN	0.0047	0.0028
FZLES	0.0041	0.0028
DEKOT	0.0032	0.0018
ELHIM	0.0041	0.0028
KTEX	0.0037	0.0022
BALKL	0.0033	0.0020
SLB	0.0026	0.0014
KDN	0.0038	0.0022

В таблица 20 и таблица 21 са представени стойностите на корелацията и полукорелацията на изследваните акции. Ковариацията на акциите варира в границите от 0.03 до 0.69; лявата полукорелация варира в границите от 0.22 до 0.78 (таблица 20). Средната стойност на корелацията на всички изследвани акции е 0.38, докато средната стойност на лявата полокорелация е 0.53. Лявата полукорелация показва склонност да има по-високи стойности. Това е особено валидно за случаите, когато корелацията на отделни компании е много ниска. Такива са например BMREIT (БенчМарк фонд имоти АДСИЦ-София), корелацията на който е в размер от 0.03, докато полукорелацията е в 0.22; KREM (Кремиковци АД-София) с корелация 0.08 и полукорелация 0.34, HUG (Холдинг Кооп-Юг АД-София) с корелация 0.17 и полуковариация 0.34 и др.

Таблица 20. Обобщение на резултатите за корелацията и лявата полукорелация, когато за цена на акцията се използва последната стойност за деня.

	Корелация	Лява полукорелация
PETHL	0.49	0.69
ALBHL	0.54	0.60
DOVUHL	0.48	0.71
IHLBL	0.50	0.56
BHC	0.38	0.55
CENHL	0.44	0.60
SFARM	0.65	0.78
HIKA	0.36	0.55
GAMZA	0.54	0.64
LEV	0.37	0.52
CCB	0.62	0.62
ALB	0.69	0.74
NEOH	0.55	0.60
ALUM	0.50	0.63
ORGH	0.49	0.57
HIMKO	0.32	0.40
BIOV	0.51	0.49
MCH	0.35	0.53
POLIM	0.46	0.53
PET	0.34	0.51
HUG	0.17	0.34
KREM	0.08	0.34
SEVTO	0.27	0.31
HSOF	0.25	0.50
ZLP	0.51	0.65
BULSTH	0.22	0.37
ELTOS	0.22	0.47
PAMPO	0.41	0.59
EMKA	0.19	0.33
AROMA	0.42	0.55
BMREIT	0.03	0.22
TOPL	0.18	0.43
SKELN	0.38	0.62
FZLES	0.43	0.69
DEKOT	0.17	0.23
ELHIM	0.35	0.63
KTEX	0.25	0.49
BALKL	0.28	0.48
SLB	0.23	0.39
KDN	0.43	0.56

Таблица 21. Обобщение на резултатите за корелацията и лявата полукорелация, когато за цена на акцията се използва средната стойност за деня.

	Корелация	Лява полукорелация
PETHL	0.46	0.68
ALBHL	0.53	0.65
DOVUHL	0.50	0.72
IHLBL	0.49	0.57
BHC	0.41	0.57
CENHL	0.45	0.62
SFARM	0.69	0.82
HIKA	0.38	0.58
GAMZA	0.49	0.57
LEV	0.37	0.53
CCB	0.65	0.65
ALB	0.66	0.70
NEOH	0.56	0.58
ALUM	0.54	0.65
ORGH	0.52	0.63
HIMKO	0.34	0.42
BIOV	0.55	0.53
MCH	0.35	0.54
POLIM	0.46	0.55
PET	0.32	0.47
HUG	0.14	0.34
KREM	0.05	0.36
SEVTO	0.12	0.31
HSOF	0.32	0.51
ZLP	0.57	0.69
BULSTH	0.21	0.35
ELTOS	0.26	0.49
PAMPO	0.39	0.55
EMKA	0.21	0.35
AROMA	0.39	0.53
BMREIT	0.06	0.24
TOPL	0.21	0.44
SKELN	0.40	0.63
FZLES	0.49	0.73
DEKOT	0.20	0.24
ELHIM	0.39	0.62
KTEX	0.32	0.52
BALKL	0.28	0.41
SLB	0.30	0.40
KDN	0.44	0.59

Заключение

В настоящата статия направихме преглед на възможността за използване на едностранното пресмятане на риска при оценката му на финансовите пазари. Основната насока, в която работихме, беше за начините на прилагането на едностранно изчисления риск при изчисляването на бета коефициента на компаниите в модела CAPM. Разгледахме три основни модела за едностранно изчисляване на бета коефициента:

- Hogan & Warren [1974];
- Harlow & Rao [1989];
- Estrada [2002].

Така изчислените бета коефициенти могат да заместят традиционната бета в CAPM, които Estrada [2002] предлага да се нарича D-CAPM. В емпиричната част на статията се концентрирахме върху проблема с използваемостта на D-CAPM. Опитвахме се да отговорим на въпросите дали има икономическо основание да се даде предимство на този модел пред CAPM на българския пазар. Това направихме основно като приложихме два метода на анализ. На първо място конструирахме коефициента на асиметрия на 40 избрани компании, които се търгуват на Българската фондова борса. Резултатите показаха, че асиметричността на тези компании е значителна. Това означава, че е нарушено едно от основните допускания на модела CAPM. От друга страна, направихме регресионен анализ на връзката между коефициентите бета и D-бета и средната доходност на компаниите за периода от 01.01.2005 до 30.05.2008. Основните изводи от анализа са в следните направления:

- Способността на двата коефициента да обяснят измененията в средната доходност е ниска според конструираното регресионно уравнение;
- D-бета е в състояние в по-висока степен да обясни движенията на доходността на акциите;
- Когато една акция се търгува в по-голяма степен, има по-голяма връзка между промяната в коефициентите бета и D-бета и средната доходност на компаниите.

На последния етап в статията изчислихме резултатите за CAPM и D-CAPM, за да покажем различията в изискуемата доходност на компаниите. Основният извод в това направление е, че D-CAPM оценява компаниите като по-рискови и дава по-висока изискуема норма на доходност, което кореспондира с общоприетото разбиране, че формиращите се пазари са по-рискови. От друга страна, поведението на индексите и стойността на акциите, търгувани на формиращите се пазари в условията на глобална финансова криза, показват значително по-голяма склонност за губене на стойност в сравнение с развитите пазари, което отново кореспондира с очакване за по-висока изискуема норма на доходност. Но степента на използваемост на представените модели в условията на криза може да бъде обект на изучаване в друго теоретично и емпирично изследване.

Литература

1.Baird, I. S. and H. Thomas (1990). 'What is risk anyway? Using and measuring risk in strategic management. In R. A. Bettis and H. Thomas (eds.), Risk, Strategy, and Management. JAI Press, Greenwich, CT, pp. 21-52.

2.Bawa, V., S. Brown and R. Klein., Asymmetric response asset pricing models: Testable alternatives to mean-variance, 1981.

3.Bawa V., E. Lindenberg Capital market equilibrium in a mean lower partial moment framework// Journal of Financial Economics, V. 5, 1977, pp. 189–200.

4.Bekaert, G., C.R. Harvey Time-Varying World Market Integration, V.50, № 2, 1995.

5.Blume M.E. Betas and Their regression Tendencies, Journal of Finance, Vol. 30, 1975, June, pp. 785-795.

6.De Swaan J., A. Liubych, Determining the cost of equity in emerging markets, WP, №28, Oct. 1999.

7.Estrada, J. Mean-Semivariance behavior (II): The DCAPM, WP, Sept. 2002, IESE Business School.

8.Estrada, J. The Cost of Equity in Emerging Markets: a downside risk approach, Emerging Markets Quarterly, 2000, pp.19-30.

9.Estrada, J., Systematic Risk in Emerging Markets: the D-CAPM, Emerging Markets Review, V.3, 2002, pp.365-379.

10.Harlow, W. V., Asset allocation in a downside risk, Financial Analysts Journal, 1991, pp.28-40.

11.Harlow, W. V. and R. K. S. Rao., Asset pricing in a generalized mean-lower partial moment framework, Journal of Financial and Quantitative Anzalysis, 1989, pp. 285-311.

12.Hogan, W., James Warren, J., toward the development of an equilibriumi capital-market model based on semivariance, Jourinal of finanicial and quantitative analysis, 1974.

13.Jahankhani, A., E-V and E-S capital asset pricing models: Some empirical tests, Journal of Finaticial and Quanitative Analysis, 1976, pp. 513-528.

14.Levy R.A., On the Short-Term Stationarity of Beta Coefficients, Financial Analysts Journal, 1971, (Nov.-Dec.), pp.55-62

15.MacCrimmon, K. R. and D. A. Wehrung., Taking Risks. Free Press, New York, 1986

16.Mao, J. C. T., Survey of capital budgeting: Theory and practice, Journal of Finance, 1970, pp. 349-360.

17.March, J. G. and Z. Shapira., Variable risk preferences and the focus of attention, Psychological Review, 1992, pp. 172-183.

18.Markowitz, H. M., Portfolio Selection. Wiley, New York, 1959.

19.Roll R. A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests// Journal of Financial Economics, V.4, 1977, pp.129-176.