

ТЕСТВАНЕ НА САРМ С ИЗПОЛЗВАНЕТО НА РАЗЛИЧНИ ЗАМЕСТИТЕЛИ НА ПАЗАРНИЯ ПОРТФЕЙЛ НА БЪЛГАРСКИЯ КАПИТАЛОВ ПАЗАР

проф. д-р Радослав Цончев, НБУ, Красимир Костенаров, НБУ

TESTING CAPM BY USING DIFFERENT MARKET PORTFOLIO PROXIES ON BULGARIAN CAPITAL MARKET

R. Tsonchev, NBU, K. Kostenarov, NBU

Abstract: *CAPM is the most employed model for defining the expected return in companies. One of the variables in the model is the market portfolio return. Market portfolio cannot be build in the practice. Instead of market portfolio we use market portfolio proxy. Many proxies can be constructed usually by using market index. Our purpose is to identify which market index (public ones and constructed by us) are most appropriate to determine the expected return by CAPM.*

Key words: CAPM, market portfolio proxy, backtesting

САРМ е построен като продължение на модела за избор на портфейл разработен от Harry Markowitz [Markowitz, 1952] и по-късно разширен в монография [Markowitz, 1959]. В модела на Markowitz, инвеститорът избира портфейл в момент $t-1$, който реализира стохастична доходност в момент t . Моделът допуска, че инвеститорите избягват риска и когато избират между различни портфейли те взимат решенията си единствено на база средната стойност и дисперсията (стандартното отклонение) на едногодишната инвестиция. В резултат на което инвеститорите избират портфейл, който е ефективен от гледна точка на средната доходност и дисперсията. В англоезичната литература този портфейл се означава като „mean-variance efficient” портфейл. В резултат на този избор, инвеститорите избират портфейл в който:

- минимизират дисперсията на доходността на портфейла при определено ниво на доходността или;
- максимизират очакваната доходност при определено ниво на дисперсията.

Резултатът от модела е, че осигурява изчисляването на теглата на активите в портфейл, който е ефективен спрямо критерия „средна стойност – дисперсия”. САРМ, от своя страна, използва така определените ефективни портфейли и успява да изведе прогноза за връзката между риска и очакваната доходност на даден актив.

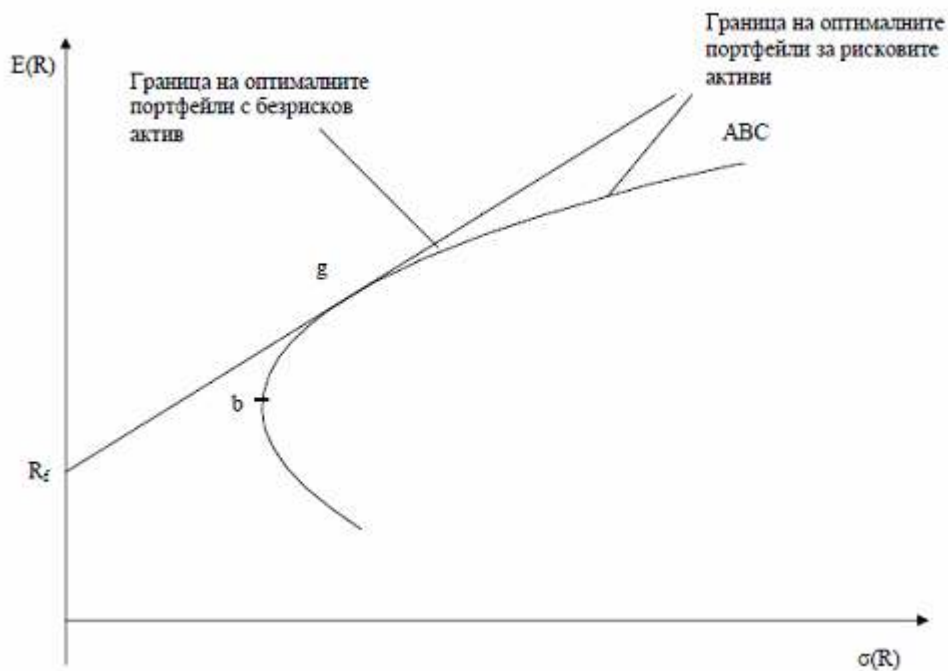
За да достигнат до този резултат Sharpe [1964] и Lintner [1965] добавят две ключови допускания към модела на Markowitz. Първото допускане е, че инвеститорите измерват отклоненията на доходността по един и същ начин и на практика достигат до една и съща стойност за риска на акциите. Второто допускане е, че има възможност да се взимат назаем

и инвестират средства при безрисков лихвен процент, който е един и същ за всички инвеститори и не зависи от размера на инвестираната или взетата назаем сума.

Добавянето на безрисков актив превръща границата на оптималните портфейли в права линия (фигура 1). Да предположим, че инвеститор инвестира дял w от портфейла си в безрисков актив и дял $(1-w)$ в портфейл g , който се намира на границата на оптималните портфейли. Ако всички средства се инвестират в безрисковия актив, то това на практика означава, че всички средства са дадени назаем при безрисков лихвен процент. Резултатът е, че има доходност R_f и дисперсия (риск) $= 0$. Комбинацията от безрисков актив (даване на заем при R_f) и портфейла g се изобразява графически по правата линия в ляво от g . Точките в дясно от g по линията представляват взимане на заем на средства при безрисков лихвен процент и инвестирането им в портфейл g . Или накратко казано, комбинациите от инвестиции разпределена между R_f и g са разположени на правата линия дефинирана от R_f и g . Т.е. изборът, който се прави пред инвеститорите вече е да намерят комбинацията между безрисков актив и портфейла g , която съответства на склонността им към риск. По този начин инвестиционното решение за разпределението на средствата между активите се превръща във финансово решение за избор на финансиране. Този резултат е известен в литературата като теорема на Тобин [1958].

Портфейлът g , в който инвестира инвеститорият обикновено се обозначава с M (от английското „market“) и се нарича пазарен портфейл. Характерно за него е, че по дефиниция той включва всички възможни активи в икономиката, включително реални активи.

Фигура 1: Добавяне на безрисков актив към границата на оптималните портфейли и дефиниране на пазарния портфейл.



Крайната цел на CAPM е да определи очакваната доходност на акцията на определена компания. Смятаме, че е безпредметно да се концентрираме върху подробното доказване на алгебричната формула на CAPM, тъй като доказателството е добре известно и популярно във финансовата литература. Затова ще представим крайната форма на модела, който ще ползваме за основа за изграждането на останалата част от доклада.

Алгебрично CAPM се представя от формулата:

$$(1) E(R_i) = R_f + \beta_i(E(R_m) - R_f),$$

Където:

$E(R_i)$ представлява очакваната доходност на акцията i ;

R_f е безрисковата доходност;

$E(R_m)$ е очакваната доходност на пазара;

β_i е бета коефициента, който се намира по формулата:

$$(2) \beta_i = \frac{\text{cov}(R_i, R_m)}{\sigma_{R_m}^2}$$

В края на седемдесетте години CAPM е критикуван и тестван от множество икономисти. Roll [1977] изказва становището, че CAPM никога не е била тестван и най-вероятно никога няма да бъде. Проблемът, който изважда на преден план е, че пазарният портфейл, който е сърцето на модела, трудно може да се определи, както теоретично, така и практически. От теоретична гледна точка не е ясно кои активи (например човешкият капитал) е логично и оправдано да се изключат от пазарният портфейл. От друга страна, липсата на качествени статистически данни за част от активите, значително ограничават кръга от активи, които могат да се включат в пазарния портфейл. Следователно, тестовите на CAPM са проведени чрез намирането на заместители на пазарния портфейл. По този начин, според Roll, се тества дали заместителите на пазарния портфейл се намират на оптималната граница на портфейлите. Той твърди, че докато тестовите използват заместители на пазарния портфейл, е невъзможно да се направят изводи за CAPM.

Използвайки за основа изводите на Roll [1977] ние ще направим проучване за използваемостта на CAPM. Нашата гледна точка към настоящето изследване е, че въпреки изводите за невъзможност за тестване на традиционния CAPM, е възможно да се направят тестове на модела чрез използването заместители на пазарния портфейл. В следващите няколко абзаца ще разгледаме възможните заместители на пазарния портфейл и методология, която може да ни покаже кой от предложените заместители на пазарните портфейли дава най-точна прогноза на очакваната доходност.

Теоретически могат да се разграничат три основни вида индекси¹:

Първият вид са индексите претеглени според цената на финансовите инструменти участващи в индекса. При този тип индекси сумата от цената на финансовите инструменти се дели на броя на инструментите участващи при изчисляването на индекса. Индекса е

¹ Equity and fixed income, CFA program curriculum, Volume 5, Pearson, 2008.

ценово претеглен, защото финансовите инструменти, които имат по-висока номинална цена, практически оказват по-голямо влияние върху стойността на индекса. Ценово претеглените индекси могат да се представят чрез опростения модел от (3):

$$(3) I = \sum_{i=1}^n \frac{P_i}{D}$$

Където:

I – Стойността на индекса;

D – Делител равен на броя на акциите в индекса, коригиран след корпоративни събития;

P – Цена на затваряне.

При корпоративни събития, като разделяне на акции, делът на съответната акция в индекса намалява. Поради тази причина е наложително да се извърши коригиране на индекса, така че да се запази непроменено съотношението между акциите преди и след корпоративното събитие. Поради тази причина се добавя в знаменателя делител D, който извършва необходимите корекции.

В световен мащаб ценово претеглен индекс е DJIA. На българският капиталов пазар, представител на този род индекси е BG40.

Вторият вид индекс са пазарно претеглените индекси. Идеята на пазарно претеглените индекси е да отчетат степента на търгуване на финансовите инструменти. По този начин ликвидността на инструмента оказва влияние върху тежестта му в индекса. Пазарно претеглените индекси постигат това като освен цената на инструментите отчитат и количеството изтъргувани инструменти. Примерна формула за този тип модели е представен в (4):

$$(4) I = \frac{\sum_{i=1}^n P_i Q_i}{\sum_{i=1}^n P_{bi} Q_{bi}} * N$$

Където:

I – Стойността на индекса;

P_t – Цена на затваряне в ден t;

P_b – Цена на индекса в базовия ден;

Q_t – Брой на акциите намиращи се на пазара в ден t;

Q_b – брой на акциите намиращи се на пазара в базовия ден;

N – Начална стойност на индекса.

Основно предимство на пазарно претеглените индекси е, че автоматично се нагласяват при разделяне на акциите и няма нужда да се променя теглото на финансовите инструменти. Най-старият индекс изчисляван върху акции от БФБ: SOFIX.

Третият вид индекси, които могат да се изчисляват са така наречените непретеглени индекси. При тях формулата е така конструирана, че размера на цената или количеството изтъргувани инструменти не оказват влияние върху индекса. Единственото, което има значение са цените на инструментите. Този ефект се постига най-лесно ако в индекса вместо да се калкулират цени на финансовите инструменти се работи с доходност. Тъй като доходността се измерва в проценти тя е независима от размера на цената, както и от количеството изтъргувани акции. Най-разпространените начини за изчисляване на непретеглените индекси са два. Първият начин се изчислява като средно аритметично от доходността на акциите в индекса (5).

$$(5) I = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n}$$

Където:

R – представлява доходността на акция i;

n – броя на акциите в индекса.

Вторият начин за изчисляване на непретеглен индекс е чрез средно геометричното на доходността на акциите и става по формула (6):

$$(6) I = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n R_i}$$

Метод за оценка на точността на моделите.

Следващият проблем, които ще дискутираме е относно начина за оценка на точността на моделите. Традиционно CAPM се тества на базата на регресионен анализ. Основополагащи и фундаментални трудове в това отношение са Fama, MacBeth [1973] и Black, Jensen, Scholes [1972]. Методологията, която се разглежда в тези трудове, обаче е базирана на емпирични данни за големи периоди от време, от една страна и за голямо количество данни, от друга. Освен това методите са насочени към търсене на потвърждение на основната форма на модела (права линия), наклона на линията (размера на бета коефициента), размера на отреза на регресията (безрисковата доходност), наличието на позитивна връзка между риска и доходността (на по-голям риск да отговаря по-висока доходност) и др. За целите на нашето изследване, обаче тези класически и доказани тестове са от една страна неприложими, поради липса на данни, от друга страна неподходящи. Ние ще се насочим към тестване единствено на различни заместители на пазарния портфейл. Поради тази причина, наклона на правата, позитивната връзка, размера на отреза не могат да ни дадат отговор на въпроса, кой заместител на пазарен портфейл дава най-добър резултат.

За да преодолеем посочените проблеми, разработихме метод, който наричаме метод на бектестинга. Методът на бектестинга можем да приложим върху CAPM изчислен на база различни заместители на пазарния портфейл. Този метод ще ни даде оценка на средната грешка, която допуска съответния метод за изчисляване на CAPM за всяка година на изследването. Заместителят на пазарния портфейл, който дава най-малка грешка може да се

приеме за най-точния за оценка на очакваната доходност. Методологията на метода на бектестинга е следната:

На първо място намираме разликата между очакваната доходност и историческата доходност за всяка акция и за всички периоди поотделно:

$$(7) B_{i,t} = E(R_{i,t}) - R_{i,t}$$

Където:

$B_{i,t}$ представлява разликата между очакваната доходност и историческата доходност на акцията i в момент t ;

$E(R_{i,t})$ е очакваната доходност на акцията i в момент t ;

$R_{i,t}$ е историческата доходност на акцията i в момент t .

Величината $B_{i,t}$ на практика представлява грешката, която дава прогнозата на акция i през точно определена година.

Ако намерим средната грешка за всички акции участващи в изследването и за всички периоди, то това може да ни даде представа за цялостното представяне на модела. Средната грешка за целия период на изследването и за всички акции участващи в него можем да намерим по формулата:

$$(8) B = \frac{\sum_{t=1}^m \sum_{i=1}^n \sqrt{(E(R_{i,t}) - R_{i,t})^2}}{\sum_{t=1}^m n_t}$$

Където:

m е броят на периодите в изследването;

n е броят на акциите;

За емпиричния анализ използваме данни за цените на акциите на БФБ за периода от 1998 до 2009 година. Данните са изтеглени от графичния оператор на интернет сайта на БФБ. Основната идея, която преследваме е да изчислим и тестваем CAPM на база на месечни данни за цените на акциите и месечната доходност на ценните книжа, като използваме различни заместители на пазарния портфейл. Месечната цена на всяка отделна акция се определя като средноаритметичната стойност от цената на отваряне за съответния месец и цената на затваряне за месеца. Поради липсата на ликвидност на БФБ част от акциите не се търгуват редовно и има месеци, в които няма сключени сделки с тях. Ако има повече от 3 месеца в календарната година, в които няма сключена сделка, то съответната ценна книга се изключва от изчисленията за тази година. Бета коефициентите се изчисляват на база на месечната историческата доходност на ценните книжа в продължение на 3 последователни години. За да бъде включена дадена акция i в изчислението на базата данни

за определен тригодишен период, тя трябва за всяка една от трите години да отговаря на условието за ликвидност. Т.е. да има сключени сделки за поне 9 месеца в календарната година за три последователни години. По този начин ние изчисляваме бета коефициентите на всички акции включени в базата данни за всяка отделна година, базирайки се на трите предходни години.

През всяка година, броя на компаниите отговарящи на изискванията и включени в изследването е различен. Например, за 2004 година броя на изследваните компании е 29 и нараства през следващите години, както е показано в таблица 1. През целия период, който се характеризира с устойчив и силен икономически ръст, броят на компаниите отговарящи на критерия за ликвидност се увеличава, за да достигнат през 2009 до 141 компании. Въпреки икономическата криза през 2008 и 2009 година това не се отразява на броя на компаниите в посока намаляването им. Една от причините за това е, че бета за 2009 година се базира на данните за компаниите за периода 2006-2008 година. Докато кризата се усеща в България в края на 2008 година.

Таблица 1 : Брой компании, за които изчисляваме бета коефициент по години.

| 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 |
|------|------|------|------|------|------|
| 29 | 42 | 71 | 90 | 126 | 141 |

Заместителите на пазарния портфейл, които ще тестваме са три. Основната идея е да се тестват различните видове индекси. За целта ще изберем или конструираме три индекса. Така за всеки вид индекс ще имаме по един представител. Като ценово претеглен индекс използваме индекса БГ40. Индексът съществува от началото на 2005 година и се изчислява от БФБ. Като представител на пазарно претеглените индекси ще използваме SOFIX. Индексът се изчислява от 2001 година и е индексът с най-дълга история във времето. Това го прави изключително ценен за нас, тъй като повечето индекси се изчисляват само от няколко години (3-4), поради което не са подходящи за тестване. Последният индекс, който ще подложим на тестване е конструиран от нас. Той е представител на непретеглените индекси. Методологията на изчисляването му е показана в модела от (5). Характерното за този индекс е, че всяка година броят на акциите включени в него е различен. Ежегодно при изчисляването на индекса участват всички компании, които отговарят на посоченото по-горе условие за ликвидност.

Резултатите от бектестинга са показани в таблица 2. На първо място трябва да се спомене, че при така разгледаната методология за изчисляването на бета коефициента за индексът ВГ40 се получават данни само за 2 години. Първото, което прави впечатление е голямата грешка, която допуска модела CAPM. Грешки от порядъка на 100 процентни пункта (+/- няколко пункта) са значителни. Въпреки това самия размер на грешката няма отношение към поставените цели на това изследване. Целта на изследването е да определи кой от заместителите на пазарния портфейл дава най-ниска грешка.

В периода от 2004 до 2007 година (в този период сравняваме само SOFIX и непретегления индекс) установяваме, че непретегленият индекс допуска грешка съпоставима с грешката на SOFIX в 2 от годините. Това са годините 2004 и 2007 (разликата от около 1 процент смятаме за пренебрежимо малка). В годините 2005 и 2006 непретегленият индекс допуска видимо по-ниска грешка (60.75% срещу 71.88% през 2005 г. и 75.20% срещу 83.25% през 2006 г.). През 2008 година непретегленият индекс допуска по-голяма грешка (124.44% срещу 107.81% за SOFIX), както и през 2009 година (42.03% срещу

35.43%). През последните две години на изследването можем да сравним и представянето на CAPM чрез използването на BG40. През 2008 година допуснатата грешка чрез използването на BG40 е в размер на 61.74%, което е значително по-ниско ниво от другите два заместителя на пазарния портфейл. В последната 2009 г., която се характеризира със сравнително ниско ниво на допуснатата грешка от всички модели, BG40 допуска 35.71% грешка.

В заключение можем да обобщим, че средната грешка за целия изследван период е 92.15%, когато използваме SOFIX за заместител на пазарният портфейл, 93.01%, когато използваме непретегления индекс и 48.73%, когато използваме BG40. Изводът е, че пазарно претегленият индекс и непретегленият индекс могат са по-ефективни при различни условия. В кои моменти и при какви условия двата метода проявяват предимствата и недостатъците си, обаче настоящето изследване не може да даде отговор. Средната грешка на BG40 за целия изследван период е най-ниска, при това чувствително по-ниска – 48.73%. Наличието, обаче на само две данни за сравнение не ни позволява да направим категоричен извод за качествата на този индекс като заместител на пазарният портфейл. Въпреки това смятаме, че си струва допълнителното изучаване на ценовопретеглените индекси, какъвто е BG40.

Таблица 2 : Резултати от бектестинга по години.

| | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 |
|--------------------|---------|--------|--------|---------|---------|--------|
| SOFIX | 127.62% | 71.88% | 83.25% | 126.88% | 107.81% | 35.43% |
| BG40 | | | | | 61.74% | 35.71% |
| Непретеглен индекс | 128.50% | 60.75% | 75.20% | 127.16% | 124.44% | 42.03% |

Литература

- Black, F., Jensen, M. C. and Scholes, M. The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests. *Studies in the Theory of Capital Markets*. New York pp. 79-121, 1972.
- Fama, E. and MacBeth J. Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests. *Journal of Political Economy*. 81:3, pp. 607-636, 1973.
- Markowitz, H.M. Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, Vol. 7 (1), p. 77-91, 1952.
- Markowitz, H.M. (1959) *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. New York: John Wiley & Sons, 1959. <http://cowles.econ.yale.edu/P/cm/m16/index.htm>. (reprinted by Yale University Press, 1970, ISBN 978-0300013726; 2nd ed. Basil Blackwell, 1991, ISBN 978-1557861085).
- Lintner, John. The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *Review of Economics and Statistics*. 47:1, p. 13-37, 1965.
- Sharpe, William F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *Journal of Finance*. 19:3, p. 425-442, 1964.
- Tobin, James. 1958 Liquidity Preference as Behavior Toward Risk. *Review of Economic Studies*. 25:2, p. 65-86, 1958.
- Roll, R. A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests. *Journal of Financial Economics*. 4, 129-76, 1977.